

## AT\_10: GENERISANJE PUTANJE ALATA PRI OBRADI SKULPTORSKIH POVRŠINA NA 3-OSNIM CNC MAŠINAMA [1],[2],[3]

Mnogi proizvodi imaju, u svojoj strukturi, iz funkcionalnih ili estetskih razloga delove sa vrlo složenom konfiguracijom površina (koje se nazivaju skulptorskim površinama) koje se ne mogu analitički opisati već se njihov opis svodi na aproksimaciju polinomima višeg reda. Uobičajeno je da se skulptorske površine predstavljaju u parametarskom obliku. Radni predmeti sa skulptorskim površinama se vrlo često pojavljuju u vazduhoplovnoj, automobilskoj i livačkoj industriji. Oni se najčešće obrađuju na 3-osnim (koje su najzastupljenije u proizvodnim pogonima metaloprerađivačke industrije) i 5-osnim (koje su efikasnije u obradi skulptorskih površina, a na njima se ostvaruje i bolji kvalitet obrađene površine) CNC mašinama alatkama.

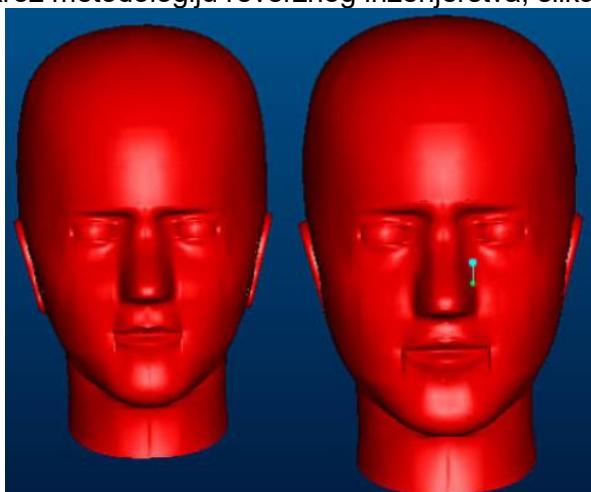
Obrada gledanjem je najzastupljeniji metod obrade pomenutih radnih predmeta. Tačnost, kvalitet obrađene površine i efikasnost obrade zavise prvenstveno od projektovane putanje alata što predstavlja osnovni zadatak CNC obrade. Za jednostavne obrade NC program može da napiše i verifikuje sam operator na mašini. Međutim u slučaju obrade skulptorskih površina neizostavno se mora koristiti CAD/CAM sistem kako bi se u suštini površina definisala analitički, a na osnovu toga i generisala odgovarajuća putanja alata. U većini slučajeva broj podataka koji se odnosi na putanju alata kod obrade skulptorskih površina eksponencijalno zavisi od vrednosti zahtevane tolerancije. Postoje dve klasifikacije faza obrade skulptorskih površina.

**Prva** podrazumeva da se do konačnog oblika skulptorske površine dolazi kroz **grubu, polufinu, finu obradu i obradu čišćenja** nakon čega sledi poliranje površina. Grubom obradom se skida velika količina materijala i kao rezultat se dobija gruba aproksimacija konačnog oblika površine. U toku polufine obrade uklanja se višak materijala dobijen aproksimativnom grubom obradom i dobija se ofsetovana površina sa dodatkom za finu obradu. U toku fine obrade dobija se konačan oblik površine. U toku operacije čišćenja uklanja se zaostali materijal koji nije mogao biti uklonjen zbog velikog prečnika alata.

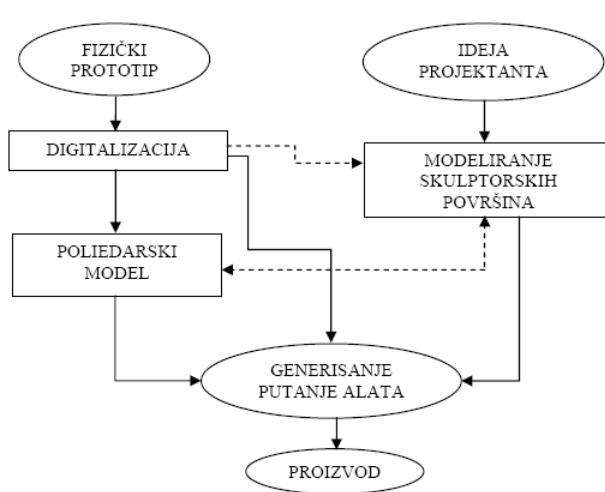
**Druga** klasifikacija je grublja i ona prepoznaće samo **grubu, finu obradu i obradu čišćenja**. Mera kvaliteta obrade skulptorske površine u suštini podrazumeva da odstupanje treba da bude unutar toleransijskog polja. Definisanjem dozvoljene gornje i donje granice odstupanja dizajner je precizirao geometrijski prostor u kome se može naći obrađena površina, a da odgovara funkcionalnim ili estetskim zahtevima. Ovo pak podrazumeva da maksimalna hrapavost ne treba da dostigne maksimalno dozvoljenu toleranciju kao i da površina bude bez nedozvoljenog kontakta sa alatom. **Da bi se definisala putanja alata opis površine se mora konvertovati u diskretizovan model podataka.** Putanja alata se izračunava tačka po tačka nad ovim modelom podataka. **Kao rezultat se dobija poligonalna linija koja se sastoji od velikog broja pravolinijskih odsečaka.** Putanja alata se zatim prevodi u NC program aproksimirajući glatku složenu površinu linijskim segmentima.

### MOGUĆI ULAZI U CAD/CAM ZA POTREBE PROCESA GENERISANJA NC PUTANJE ALATA

Izgradnja internog, računarskog, modela radnog predmeta (primer radnog predmeta dat na slici 1.) može, u principu, da se odvija kroz generativni proces koji je ugrađen u algoritam CAD sistema ili kroz metodologiju reverznog inženjerstva, slika 2.



Slika 1. 3D modeli dve glave različite veličine



Slika 2. Mogući ulazi za generisanje putanje alata

Poliedarski modeli su našli veliku primenu u CAD/CAM sistemima zbog svoje jednostavnosti u primeni u algoritmima za geometrijsku analizu i za razmenu podataka. Ovi modeli se kreiraju ili iz datog oblaka tačaka ili iz parametarski definisanih površina. Poliedarski modeli olakšavaju generisanje putanje alata jer svode problem na generisanje putanje alata na nekom površinskom segmentu. Za razliku od ovog načina, ponekad se ne može izbeći ni izrada neparametarske ili neimplicitne površine, npr. kada je objekat modeliran u nekom materijalu od strane umetnika a zatim digitalizovan kontaktnom ili bezkontaktnom metodom i preveden u CAD model. Tačnost u generisanju poliedarskog modela može značajno uticati na kvalitet rezultujuće putanje alata. Gustina mreže za sumplovanje i triangulacija treba da se odredi prema željenoj tačnosti i vremenskoj efikasnosti. Utvrđivanje različitih geometrijskih karakteristika, kao što je vektor normale i radius krivine može biti dodatni izvor grešaka koje otežavaju iznalaženje putanje alata prema tehnološkim zahtevima obrađene površine. Zbog toga se razvijaju dva pristupa:

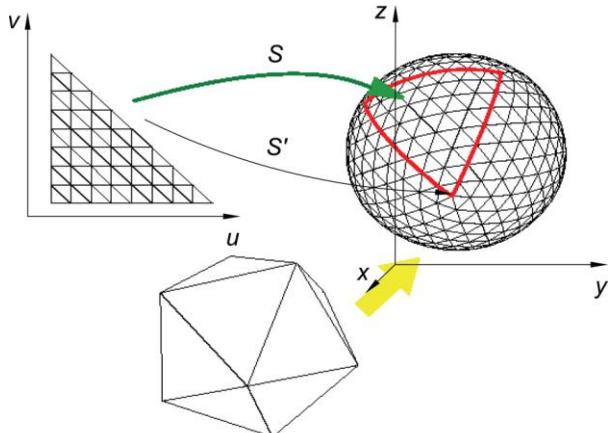
- izrada triangularne poliedarske površine generisane iz parametarskog opisa površine ili iz oblaka tačaka, i
- direktna izrada na osnovu oblaka tačaka u aplikacijama reverznog inženjerstva izbegavajući gubitak vremena i greške pri triangulaciji.

### TRIANGULACIJA SKULPTORSKIH POVRSINA

Skulptorska površina je obično predstavljena u obliku bikubne, Bezier-ove ili B-splajn površine. Svaka od pomenutih površina je predstavljena u funkciji dva parametra,  $u$  i  $v$ . Da bi se obezbedili kontinualni prelazi između delova površina potrebno je da kontinuitet drugog reda bude različit od nule.

Da bi se iz domena parametarskog definisanja putanje alata prešlo u domen Dekartovog prostora potrebno je skulptorsku površinu aproksimirati skupom ravnih trouglastih površina, slika 3. Svaki trugao je definisan koordinatama svoja tri temena. Pri aproksimaciji skulptorskih površina ravnim malim trouglastim površinama, veličina truglova se menja u zavisnosti od radijusa krivine u cilju minimizacije potreba za memorisanjem podataka o aproksimiranoj površini.

Neka su  $\langle u_1, v_1 \rangle$ ,  $\langle u_2, v_2 \rangle$  i  $\langle u_3, v_3 \rangle$  tri para parametara za neku površinu  $S(u,v)$ .



Odgovarajući trouglasti deo površine je definisan nad pomenutim skupom parametara, slika 3.:  $T = \text{trougao } (\langle u_1, v_1 \rangle, \langle u_2, v_2 \rangle \text{ i } \langle u_3, v_3 \rangle)$ . Za tačku u zoni trouglaste površine, čiji su parametri  $u$  i  $v$ , važi relacija

$$u = au_1 + bu_2 + cu_3$$

$$v = av_1 + bv_2 + cv_3$$

gde je  $a + b + c = 1$  i  $a, b, c \geq 0$

Triangulacija površi  $S(u,v)$  je tada afina funkcija  $S'$  nad  $T$  tako da je:

$$S'(u,v) = aS(u_1, v_1) + bS(u_2, v_2) + cS(u_3, v_3).$$

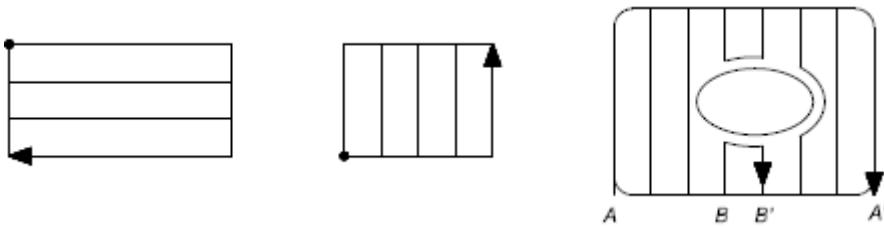
Saglasno karakteristikama B-splajn krivih i B-splajn površina, pri segmentaciji  $S'$  i  $S$  će se poklapati u temenima trougla.

Slika 3 Triangulacija skulptorske površine

### METODOLOGIJA GENERISANJA PUTANJE ALATA

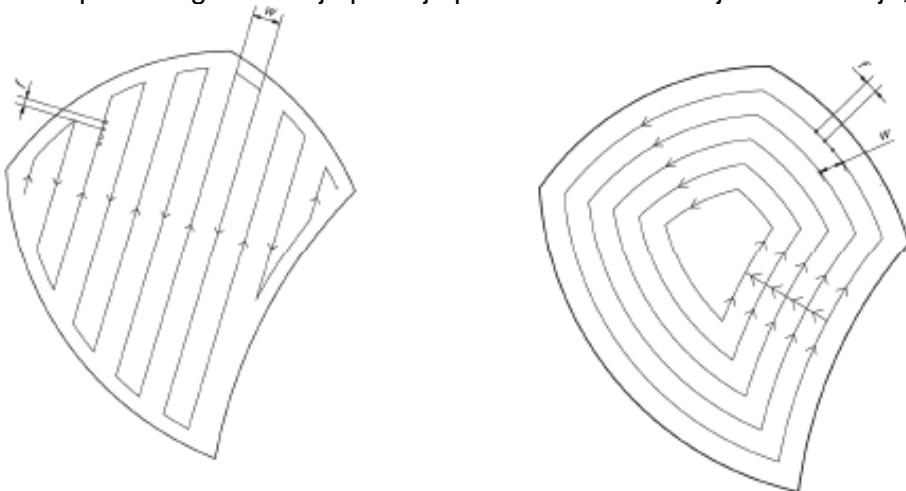
Problem generisanja putanje alata kod izrade skulptorskih površina podrazumeva vrlo kompleksnu analizu interakcija geometrije zadate površine, geometrije alata i definisanih ograničenja. Ako su funkcije cilja kvalitet obrađene površine i optimalno vreme obrade tada imamo u različitim fazama projektovanja obrade kontradiktorne zahteve. Tako npr. pri završnoj obradi potrebno je minimizirati vreme obrade, a sa druge strane hrapavost mora ostati ispod definisanog nivoa. Idealna putanja alata bi trebalo da generiše uniformnu distribuciju hrapavosti po celoj površini. Manja hrapavost ne znači istovremeno bolju putanje alata jer to možda podrazumeva duže vreme obrade. U suštini, generisanje putanje alata može se svesti na dve oblasti: topologiju putanje i parametre putanje. Topologija je određena geometrijskim skupom tačaka po kojima se alat kreće, a parametri putanje se odnose na definisanje koraka u longitudinalnom i transferzalnom pravcu kretanja alata.

Putanja alata je određena skupom tačaka kontakta alata i obrađene površine. Topologija pojedinačnih putanja i metod njihovog sukcesivnog povezivanja ima direktni uticaj na vreme obrade. Odgovarajuća topologija može rezultirati u minimalnoj dužini putanje alata ili minimalnom broju promena smera kretanja, slika 4.



Slika 4. Izbor putanje alata i segmentacija

Za glodanje skulptorskih oblasti koriste se uglavnom dva pristupa: generisanje putanje alata u unapred definisanom pravcu i generisanje putanja paralelnih konturi koja se obrađuje, slika 5.

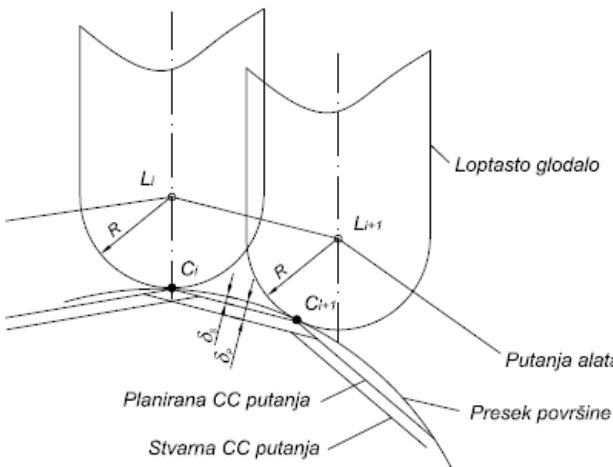


Slika 5. – Različite topologije putanje alata

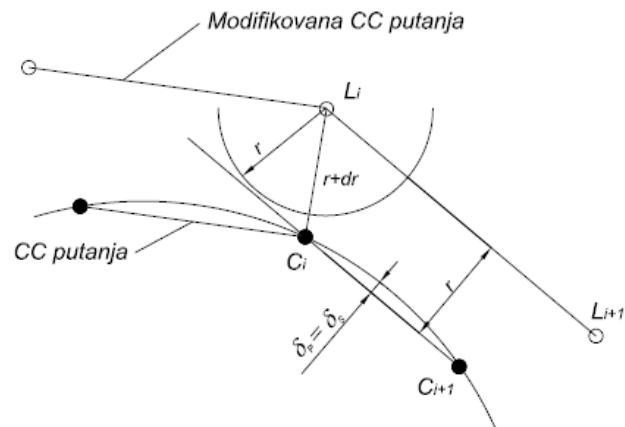
U prvom pristupu, segmenti putanje alata su paralelni datom pravcu koji može biti upravan na konturnu ivicu ili paralelan sa osom koordinatnog sistema. Izbor referentne linije direktno utiče na dužinu putanje alata. Izbor optimalnog pravca će rezultirati u dužim segmentima putanje alata i minimalnim segmentima kretanja alata bez rezanja. U komercijalnim CAM sistemima koristi se specifična cik-cak putanja kretanja alata pri gruboj obradi, koja spada u ovu vrstu putanja.

Putanje paralelne konturi skulptorske oblasti su definisane samom konturom. Svaki segment je offset granice konture. Paralelne offsetne putanje mogu međusobno da budu spiralno spojene ili da predstavljaju nezavisne putanje. Opšti zaključci su da izbor optimalne topologije putanje zavisi od složenosti konture i uslova rezanja, a da ipak putanje paralelne konturi daju manje vreme obrade pod uslovima relativno konstantnih parametara rezanja. Bazirano na rezultatima ovih istraživanja razvijen je pristup obrade sloja po sloju primenjiv naročito kod izrade kalupnih šupljina. Pored izbora koncepta putanje, postoji i problem određivanja koraka pri longitudinalnom i trasferzalnom kretanju alata. Oni direktno utiču na tačnost obrade skulptorske površine. Rastojanje između dve susedne tačke kontakta alata i površine duž longitudinalnog kretanja određuje korak pri pomoćnom kretanju. Ako su dve susedne tačke kontakta alata  $C_i$  i  $C_{i+1}$ , na osnovu normala na površinu u tim tačkama lako možemo izračunati odgovarajuće položaje centra alata  $L_i$  i  $L_{i+1}$ , slika 6.

Pri tome nastaje greška  $\delta_s$ . Pri pravolinjskom kretanju alata od tačke  $L_i$  do  $L_{i+1}$ , alat će zadirati dublje u materijal pa ćemo imati još jednu komponentu greške  $\delta_p$ . Ova greška je određena tangentom na vrh alata koja je paralelna pravoj  $L_i$ ,  $L_{i+1}$ . Da bi se izbegla pomenuta greška potrebno je modifikovati položaj alata za vrednost  $dr$ , tako da se tangentna prava na vrh alata poklopi sa pravom određenom sa tačkama  $C_i$  i  $C_{i+1}$ , slika 7. Uglavnom se koriste linijski segmenti za aproksimaciju putanje alata u pravcu kretanja, mada su razmatrani i koncepti kružne interpolacije i polinomske interpolacije. Broj tačaka kontakta alata i površine direktno utiče na veličinu koraka pomoćnog kretanja u pravcu kretanja alata i u pravcu bočnog kretanja, a time i na hrapavost obrađene površine i tačnost oblika. Sa druge strane, veliki broj pomenutih tačaka povećava vreme obrade, intenzitet korišćenja procesora i memorije CNC kontrolera.



Slika 6. Dodatna greška pri ofsetovanju alata



Slika 7. Modifikovana putanja alata

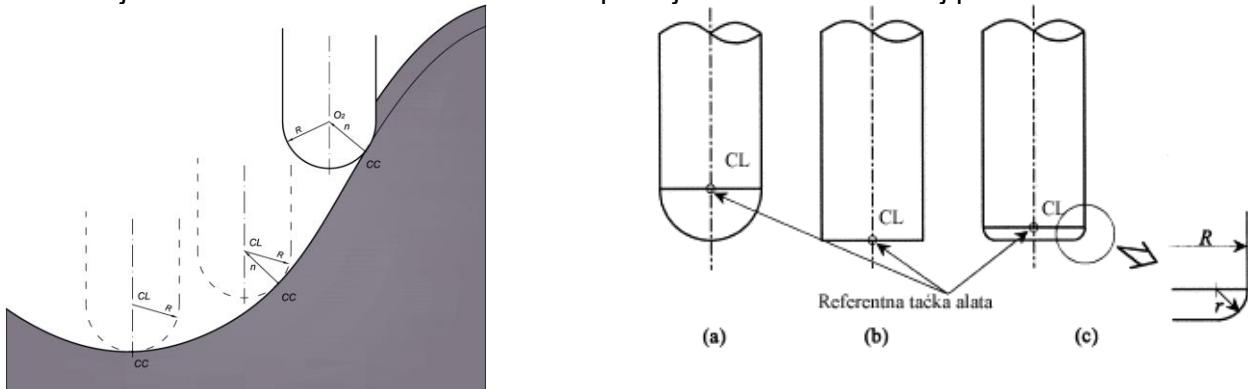
Imajući u vidu kao ciljne funkcije pri generisanju putanje alata koje se odnose na efikasnost obrade, kvalitet obrađene površine i odsustvo podsecanja (kolizije), zahtevi koji moraju biti ugrađeni u algoritam su:

- minimizirati broj segmenata za rezanje „vazduha“
- minimizirati broj segmenata putanje alata,
- maksimizirati dužine segmenata putanje alata,
- kretanje duž graničnih krivih,
- tehnološki zahtevi, i
- robusnost

Tradicionalne metode za generisanje putanje alata su: **izoparametarske, izoravanske i izohrapavoosne**.

Skulptorske površine se u geometrijskom modeliranju obično predstavljaju kao B-splajn površine. Njihov oblik se kontroliše preko kontrolnih tačaka, a opisane su u funkciju dva parametra  $u$  i  $v$ . Osobina ovih površina je da zadržavaju kontinuitet drugog reda  $C^2$  (znači da su prvi i drugi izvod dva susedna segmenta površi jednaki i da na mestu spajanja segmenata nema preloma). Zadajući vrednost jednog parametra možemo odrediti krivu u funkciju drugog parametra čime se može generisati mreža površine. Te iste krive se mogu iskoristiti za generisanje putanje alata da se po njima vodi alat pri izradi površina. Takvo generisane putanje alata zovemo **izo-parametarske**.

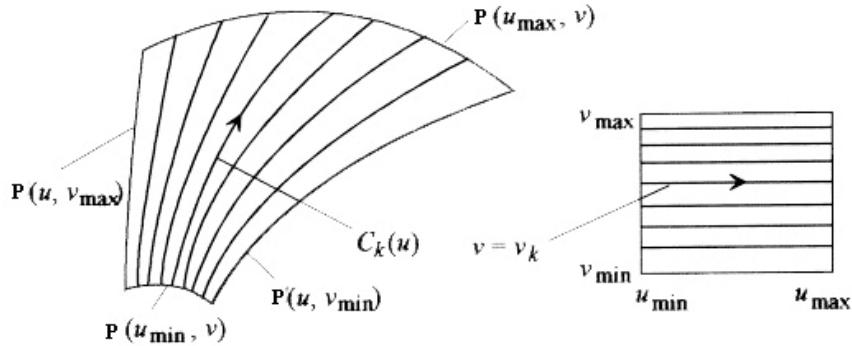
Medutim, stvarna obrada se izvršava u koordinatnom sistemu maštine pa je vrlo teško odrediti interferenciju radnog predmeta i alata u parametarskom prostoru jer nije poznata uniformna funkcija preslikavanja iz jednog u drugi prostor. U svakoj tački kontakta alata i opisane površine (CC) izračunava se tačka položaja alata koristeći poznatu geometriju alata, slika 8, i normalu na površinu u tački kontakta alata i površine radnog predmeta. **Izoparametarske putanje** alata su često znatno gušće u jednom delu površine nego u drugom zbog pomenute neuniformne transformacije između parametarskog i Euklidovog prostora, što ima za posledicu različitu distribuciju visina neravnina između susednih putanja alata na obrađenoj površini.



Slika 8. Tačka kontakta (CC) i tačka položaja (CL) alata

Sa druge strane, neravnomerna raspodela putanje alata ima za posledicu neproduktivnu obradu jer se, u jednom delu površine, koja se obrađuje, slika 9 u delu površine  $P(u_{\min}, v)$ , putanje se nalaze

neopravdano blisko dok u drugom delu površine visina neravnina, koje ostaju između dva prolaza alata, se nalaze na granici dozvoljene hrapavosti, slika 9, na delu  $P(u_{\max}, v)$ . U parametarskom domenu putanje se nalaze na jednakom rastojanju, slika 9.desno.



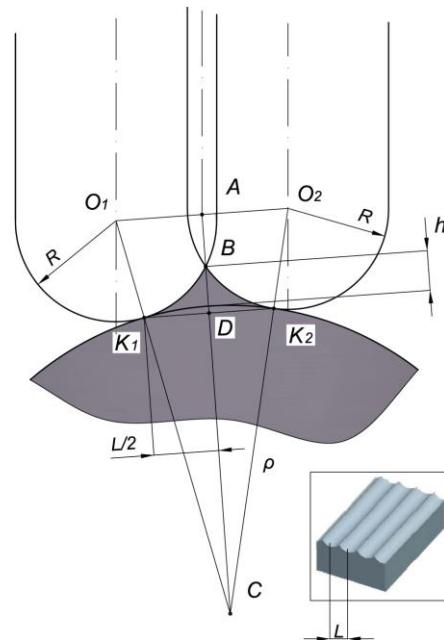
Slika 9. Izo-parametske krive

**Drugi koncept generisanja putanje alata je tkz. Izo-ravanski** kada se alat vodi u ravnima paralelnim ravnima koordinatnog sistema. Ovde se pretpostavlja da se alat kreće u ravnima  $x=L$ . Putanja alata se nalazi u vodećoj ravni, i u slučaju 3-osne obrade sa loptastim vrhom glodala, je određena položajem centra loptastog dela alata. Tačka kontakta glodala i površine koja se obrađuje je promenjiva i zavisi od normale na površinu u tački dodira (CC). Ako je vektor položaja neke tačke  $r$  na površini  $S(u,v)$ , normala  $n$  u toj tački je određena jednačinom:

$$n = \frac{r_u \times r_v}{|r_u \times r_v|} \quad \text{gde je: } r_u = \lim_{du \rightarrow 0} \frac{S(u+du, v) - S(u, v)}{du} \quad \text{i} \quad r_v = \lim_{dv \rightarrow 0} \frac{S(u, v+dv) - S(u, v)}{dv}$$

Da bi se primenio ovaj metod, potrebno je generisati tačke izoparametarskog domena u domen Dekartovih koordinata. Izračunavajući normalu u svakoj tački i pomerajući centar glodala u pravcu normale za radijus, dobija se novi skup tačaka koji predstavlja položaj alata. U sledećem koraku je potrebno proveriti koliziju alata i površine radnog predmeta. Da bi se obradila cela površina alat se kreće po nizu putanja koje su na nekom međusobnom rastojanju. Rastojanje između dve putanje (prolaza) alata može se izraziti u funkciji maksimalne hrapavosti  $h$ , radiusa loptastog glodala  $R$  i radiusa krivine  $\rho$ , slika 10.

**Rastojanje između dva prolaza**,  $L$  može se odrediti na osnovu više kriterijuma. Jedan od kriterijuma može da bude maksimalno dozvoljena hrapavost obrađene površine koja je određena visinom neskinutog sloja materijala između dva prolaza alata. Rastojanje između dve putanje alata može se izraziti u funkciji maksimalne hrapavosti  $h$ , radiusa loptastog glodala  $R$  i radiusa krivine  $\rho$  slika 10.



Slika 10. Rasjemanje između dva prolaza alata

Posmatrajući sliku mogu se izvesti sledeće jednakosti:

$$\overline{O_1C} = \rho + R$$

$$\overline{AC} = \rho + h + \overline{AB}$$

Iz pravouglog trugla  $O_1AB$  može se uspostaviti zavisnost:

$$\overline{AB}^2 = R^2 - \overline{O_1A}^2$$

Iz trougla  $O_1AC$  sledi:

$$\overline{O_1C}^2 = \overline{O_1A}^2 + \overline{AC}^2$$

$$(\rho + R)^2 = \overline{O_1A}^2 + (\rho + h + \overline{AB})^2$$

$$(\rho + R)^2 = \overline{O_1A}^2 + (\rho + h)^2 + 2(\rho + h)\overline{AB} + \overline{AB}^2$$

$$(\rho + R)^2 = \overline{O_1A}^2 + (\rho + h)^2 + 2(\rho + h)\overline{AB} + R^2 - \overline{O_1A}^2$$

odnosno

$$\overline{AB} = [(\rho + R)^2 - R^2 - (\rho + h)^2] / 2(\rho + h)$$

Iz sličnosti trougla  $O_1AC$  i trougla  $K_1DC$  sledi:

$$\frac{\overline{O_1A}}{L/2} = \frac{\overline{O_1C}}{\rho}$$

$$L = 2\rho \frac{\overline{O_1A}}{\overline{O_1C}} = \frac{2\rho}{\rho + r} \overline{O_1A}$$

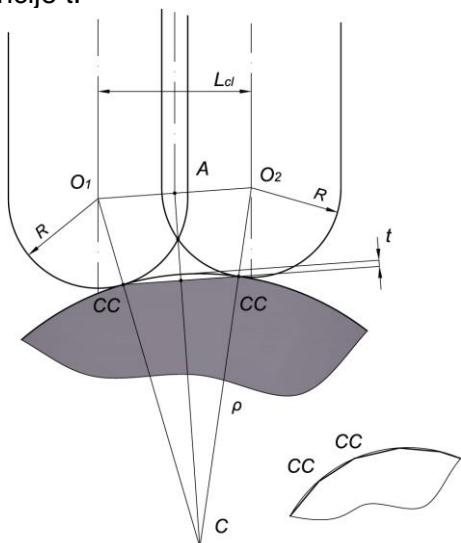
$$L^2 = \frac{4\rho^2}{(\rho + R)^2} \overline{O_1A}^2; \quad L^2 = \frac{4\rho^2}{(\rho + R)^2} (R^2 - \overline{AB}^2) = \frac{4\rho^2 R^2}{(\rho + R)^2} - \frac{4\rho^2}{(\rho + R)^2} \overline{AB}^2$$

Uvrštavajući vrednost za  $\overline{AB}$  dobijamo

$$L^2 = \frac{4\rho^2 R^2}{(\rho + R)^2} - \frac{4\rho^2}{(\rho + R)^2} \frac{[(\rho + R)^2 - (\rho + h)^2 - R^2]^2}{4(\rho + h)^2} \text{ posle sređivanja}$$

$$L = \frac{|\rho| \sqrt{4R^2(\rho + h)^2 - [(\rho + R)^2 - (\rho + h)^2 - R^2]^2}}{(\rho + R)(\rho + h)}$$

Alat se kreće po pravoj liniji između dve susedne CC tačke (slika 11). Odstupanje putanje alata od definisane površine odnosno krive preseka površine i ravni kretanja alata definiše grešku u longitudinalnom pravcu kretanja alata. Maksimalno odstupanje mora biti manje od dozvoljene tolerancije  $t$ .



Posmatrajući trougao  $O_1AC$  na slici 11, mogu se uspostaviti sledeće relacije:

$$\overline{O_1C} = \rho + R$$

$$\overline{AC} = \rho - t + R$$

$$(L_{C1}/2)^2 = \overline{O_1C}^2 - \overline{AC}^2$$

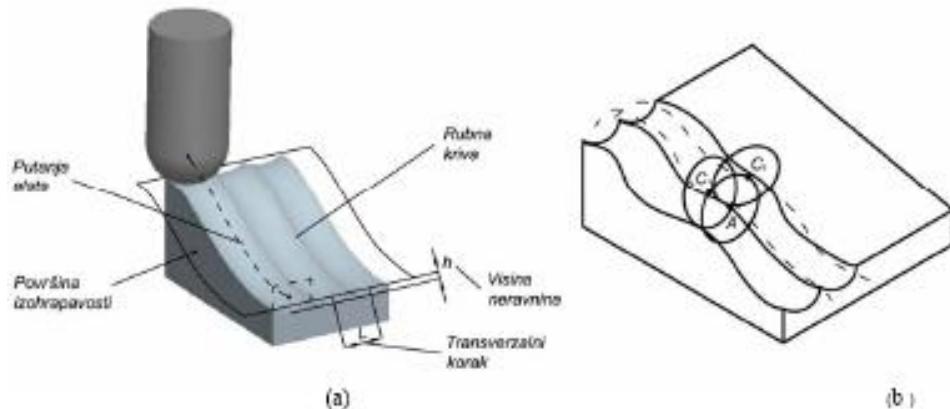
$$(L_{C1}/2)^2 = (\rho + R)^2 \cdot (\rho - t + R)^2$$

Sređivanjem gore datog izraza dobijamo izraz za dužinu putanje alata u obliku:

$$L_{C1} = 2 \sqrt{2t(R + t) - t^2}$$

Slika 11 Pravolinjska putanja alata

**Treći koncept** se odnosi na princip izo-hrapavosti koji će obezbediti jednaku visinu neravnina između dve uzastopne, trasferzalne, putanje alata. Da bi se odredila putanja alata koja će respektovati uslov jednake hrapovosti naredna putanja alata se mora određivati na osnovu poznate prethodne putanje i uslova da kriva koja predstavlja vrhove neravnina izmenju dva prolaza alata bude zajednička za oba prolaza. Ovaj princip podrazumeva da nam je poznata površina izo-hrapavosti, rubna kriva kao presek obvojne površine alata i površine izo-hrapavosti slika 12a.



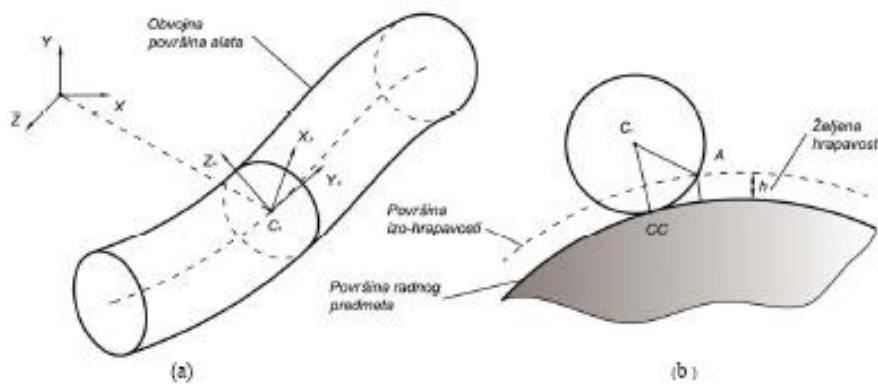
Slika 12. Model izo-hrapavosti

Površina izo-hrapavosti se može odrediti iz jednačine:

$P_h(u, v) = P(u, v) + nh$  - gde je  $n$  normala u dатој таčки површине радног предмета а  $h$  visina neravnine којом дефинишемо жељену храпавост. Код кретања глодала са лоптастим врхом referentna tačka CL opisuje ofsetnu krivu koja se nalazi na rastojanju poluprečnika alata  $R$  u pravcu нормале на посматрану таčku контакta alata i opisane površine, CC:

$$P_{CL} = P_{CC} + nR = P[(u(t), v(t)) + R((Pu \times Pv) / (|Pu \times Pv|))] = \begin{bmatrix} X_{CL}(t) \\ Y_{CL}(t) \\ Z_{CL}(t) \end{bmatrix}$$

Da bi se odredila putanja alata, a da bude задовољен захтев да имамо jednaku visinu neravnina koja ostaje између два суседна prolaza alata, потребно је да на основу поznate putanje alata i zadate храпавости одредимо rubnu krivu koja је nastala presekom obvojne površine alata i površine izo-hrapavosti. У нредном кораку rubna kriva se користи за одређивање нредне putanje alata. Radi uspostavljanja поменуте зависности посматrajmo две суседне putanje alata, slika 12b. Ако у некој таčki  $C_1$  putanje alata u ravni koja је управна на tangentu putanje посматрамо контуру обрађене површине, она ће zbog лоптastog глодала izgledati као круг. Овај круг ће имати пресечну таčku A sa површином izo-hrapavosti. Кроз исту ову таčку prolazi и круг са центром у  $C_2$  који представља контуру обрађене површине у другом prolazu alata. Doduše, niti је tangent u таčki  $C_1$  паралелна tangenti u таčki A na rubnoj krivoj niti је  $C_2$  u ravni управној на tangentu rubne krive u таčki A, što unosi izvesnu netачност приступа ovakovog određivanja putanje alata po kriterijumu izo-hrapavosti. Да бисмо одредили obvojnu površinu duž putanje alata opišimo presek alata u lokalnom koordinatnom sistemu alata, slika 13a. Osa  $Z_A$  se poklapa sa нормалом површине u таčki dodira a оса  $Y_A$  je tangenta na putanje alata.



Slika 13. Obvojna površina alata

Jednačina posmatranog preseka je:

$$K_A(\theta) = \begin{bmatrix} R \cos \theta \\ 0 \\ R \sin \theta \end{bmatrix}.$$

Transformišući gore datu jednačinu iz koordinatnog sistema alata u koordinatni sistem XYZ, parametrska jednačina obvojne površine alata Po će biti:

$$P_0(t, \theta) = [T] \cdot k(\theta) + C_1$$

$$[T] = \begin{bmatrix} t_{11} & t_{12} & t_{13} \\ t_{21} & t_{22} & t_{23} \\ t_{31} & t_{32} & t_{33} \end{bmatrix}, \text{ a } C_1 = \begin{bmatrix} X_{CL}(t) \\ Y_{CL}(t) \\ Z_{CL}(t) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} t_{13} \\ t_{23} \\ t_{33} \end{bmatrix} = n = k_A, \begin{bmatrix} t_{12} \\ t_{22} \\ t_{23} \end{bmatrix} = \frac{CL}{|CL(t)|} = j_A, \text{ a } \begin{bmatrix} t_{11} \\ t_{12} \\ t_{13} \end{bmatrix} = j_A \times k_A = i_A$$

U gore datim jednačinama  $i_A$ ,  $j_A$  i  $k_A$  su je jedinični vektori u lokalnom koordinatnom sistemu alata. Znajući jednačinu obvojne površine alata duž jedne putanje i znajući jednačinu površine iz-hrapavosti rubna kriva se može odrediti iz jednačine:

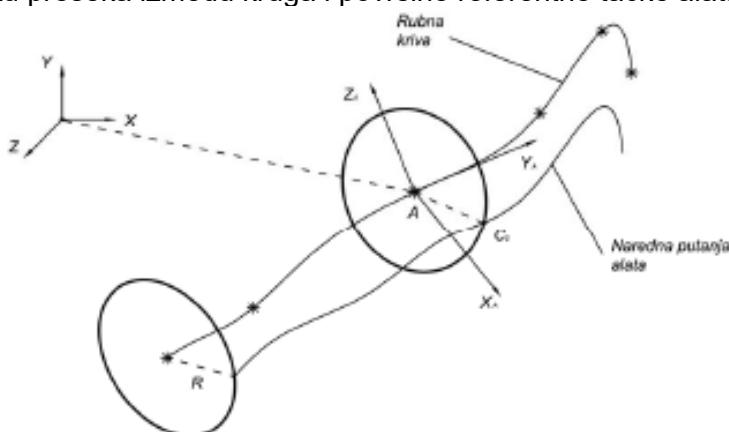
$$P_h - P_0 = 0$$

Za određenu tačku na putanji alata  $C_1$  generišu se tačke po krugu u funkciji od udaljenosti od zadate površine, [slika 14](#).

Određivanjem tačaka na rubnoj krivoj odnosno određivanjem rubne krive, može se preći na drugu fazu u kojoj se određuje susedna putanja alata. Jedan od poznatih uslova je da je vektor od centra alata do tačke na rubnoj krivoj upravan na tangentu na rubnoj krivoj u toj tački. Sa druge strane, vektor normalne površine radnog predmeta je normalan na tangentnu ravan obvojne površine u posmatranoj tački. Samim tim što rubna kriva leži na obvojnoj površini alata to znači da je vektor normalne na površinu upravan na svaku tangentu krive koja leži u toj ravni. Ovaj geometrijski uslov se može iskoristiti za određivanje referentne tačke na narednoj, sledećoj putanji alata koja će imati za posledicu jednaku hrapavost obrađene površine.

Procedura određivanja tačke na susednoj putanji alata mora da se odvija kroz sledeće korake, [slika 14](#):

- odrediti normalnu ravan na tangentu rubne krive u posmatranoj tački A ,
- odredi krug u toj ravni poluporečnika alata R sa centrom u tački A ( centar kruga  $C_2$  mora ležati na ovom krugu)
- odrediti tačku preseka između kruga i površine referentne tačke alata.



Slika 14. Određivanje naredne putanje alata

Pošto se referentna tačka alata mora naći, na površini koju formiraju putanje alata, sa jedne strane, i na krugu radijusa  $R$  u ravni upravnoj na tangentu rubne krive u dатој tački, sa druge strane, znači da se u preseku pomenute ravni i kruga nalazi centar alata odnosno referentna tačka alata pri sledećem prolazu. Na rubnu krivu se stavlja lokalni koordinatni sistem, normala na površinu koja prolazi kroz tačku na rubnoj krivoj je  $Z_A$  osa a tangenta na rubnu krivu u posmatranoj tački je  $Y_A$  osa. Procedura određivanja preseka kruga sa centrom na rubnoj krivoj i površine koja predstavlja površinu referentnih tačaka, odnosno centra alata je sličan postupku određivanja tačaka na rubnoj krivoj, samo sa tom razlikom što se ovde umesto visine vrhova neravnina  $h$  uzima površina koja je ofsetovana za poluprečnik alata  $R$ .

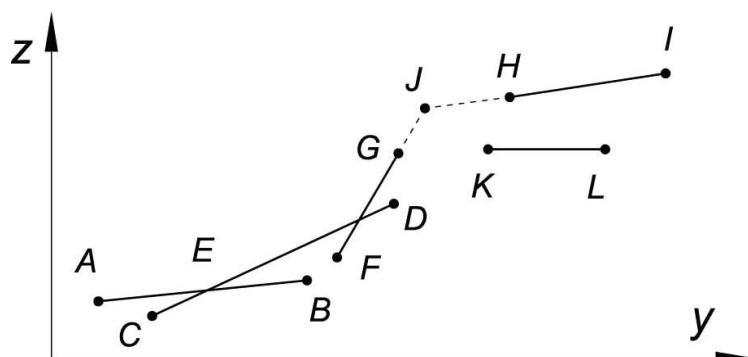
### GENERISANJE SEGMENTA PUTANJE ALATA

Podrazumevajući da se alat kreće duž vodećih ravni koje su međusobno paralelne (npr. u ravnima  $x=const$ , počev od  $X_{st}$ ), to znači da je za obradu samo jednog trougla potrebno definisati nekoliko pravih linija različite dužine koje će ležati u ravni paralelnoj ravni trougla na rastojanju od vrednosti poluprečnika. Kontaktne tačke na trouglu su na ivicama trougla a putanja centra alata je paralelna putanj između dve kontaktne tačke. Ako se ima u vidu da smo skulptorskou površinu aproksimirali sa skupom trouglastih površina, to se ista procedura sprovodi na svim truglovima. Gore pomenuti opis se može definistati kroz sledeće korake:

1. Temena trouglova se sortiraju po veličini  $x$  koordinate , i označe se indikatorima: **min, sr, max**.
2. Izračuna se vektor normale trougla  $v(a,b,c)$ .
3. Procedura pod 4 i 5 se ponavlja za svako  $n$ ,  $X_{min} < X_{st} + n L + a < X_{max}$
4. Nadi tačku u kojoj ravan  $x=X_{st} + nL + a$  seče ivice trougla. Neka su to sad tačke sa koordinatama  $(X_{st} + nL + a, Y_{n1}, Z_{n1}), (X_{st} + nL + a, Y_{n2}, Z_{n2})$
5. Transliraj kontaktne tačke na ivicama trougla u pravcu normale da bi se dobio položaj alata. Segment kontakta alata i površine je određen tačkama  $(X_{st}+nL, Y_{n1}-b, Z_{n1}-c)$  i  $(X_{st} + nL, Y_{n2}-b, Z_{n2}-c)$ .

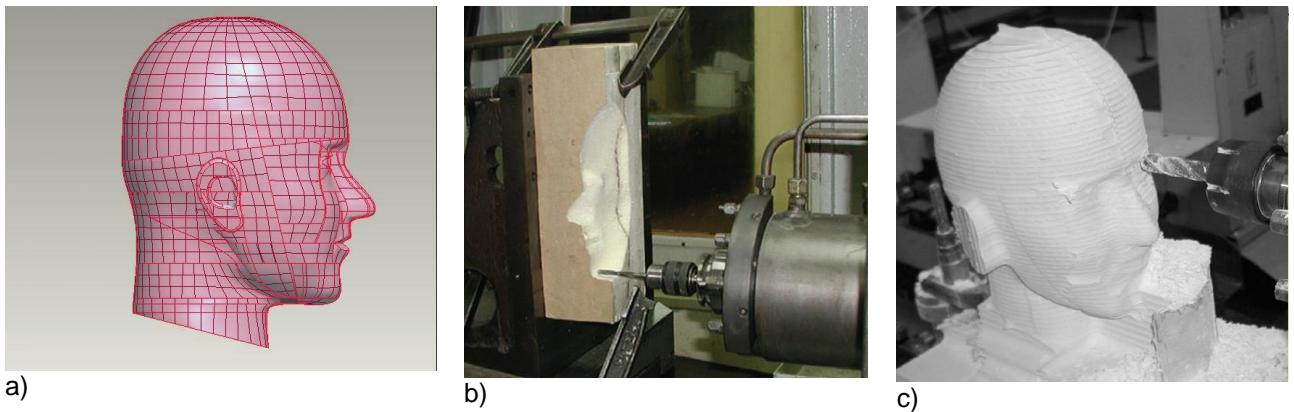
### POVEZIVANJE SEGMENTA PUTANJE ALATA

Prepostavimo da smo dobili pravolinjske segmente putanje alata AB, CD, FG, HI i KL, kao na slici 15. Segmenti putanje AB i CD se sekut a presečna tačka je E. Sad je stvarna putanja AED. Segmenti CE i BE se brišu. Kada su segmenti međusobno udaljeni kao što je to slučaj sa segmentima FG i HI putanja alata je FJI. Tačka J je presečna tačka produženih segmenata FG i HI. Ako ima segmenta koji se ne sekut a imaju različite z koordinate, kao što je to slučaj sa segmentima HI i KL, segment sa većim z koordinatama se uzima za putanje dok se segment KL odbacuje. Ukoliko bismo uzeli za putanje KL, alat bi uklonio trougao iz kojeg je generisan segment HI.

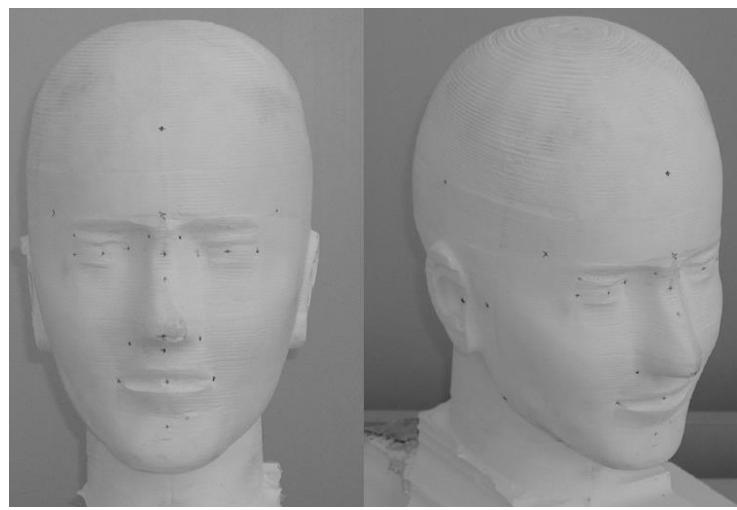


Slika 15. Povezivanje segmenata putanje alata

Primer obrade predmeta sa skulptorskim površinama prikazan je na primeru modela ljudske glave, slika 16, a na sliци 17 je prikazan fizički model glave.



Slika 16 Prikaz skulptorske površine (modela glave) a) i njene obrade na CNC mašini(b)



Slika 17 Prikaz izrađenog fizičkog modela glave

#### LITERATURA:

- [1] P. Bojanić: Generisanje putanje alata pri obradi skulptorskih površina na 3'osnim CNC mašinama loptastim glodalom. Zbornik radova XXXIII Savetovanje proizvodnog mašinstva Srbije, Beograd 2009.
- [2] P. Bojanić, G. Mladenović: Generisanje putanje alata po kriterijumu izohrapavosti pri obradi skulptorskih površina na 3-osnim CNC mašinama . Zbornik radova 36. Jupiter konferencije, Beograd, 2010.
- [3] P. Bojanić, G. Mladenović: Analiza problema pri generisanje putanje alata pri obradi skulptorskih površina, Zbornik radova 37. Jupiter konferencije, Beograd, 2011.