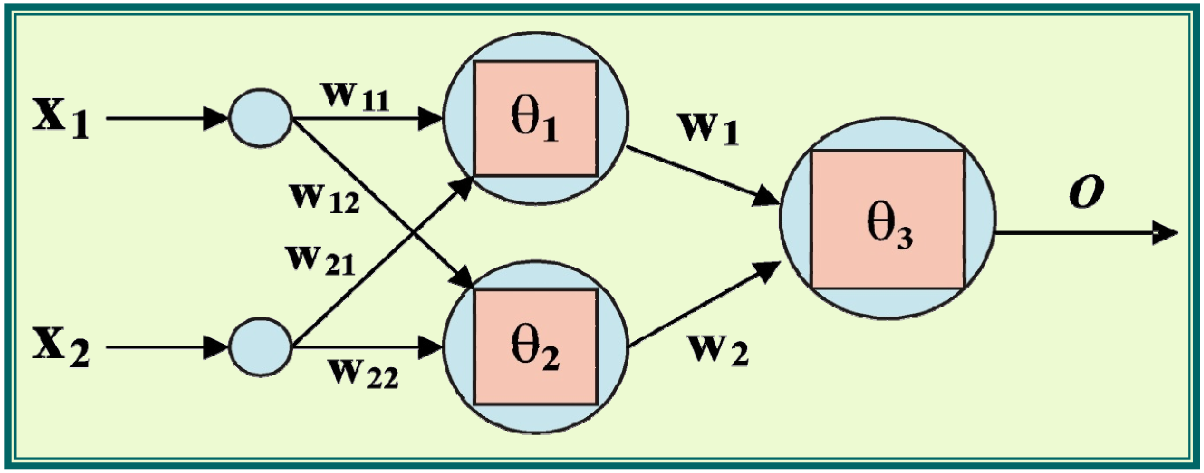


АТ-3 Вештачке неуронске мреже

Проф. др Зоран Миљковић

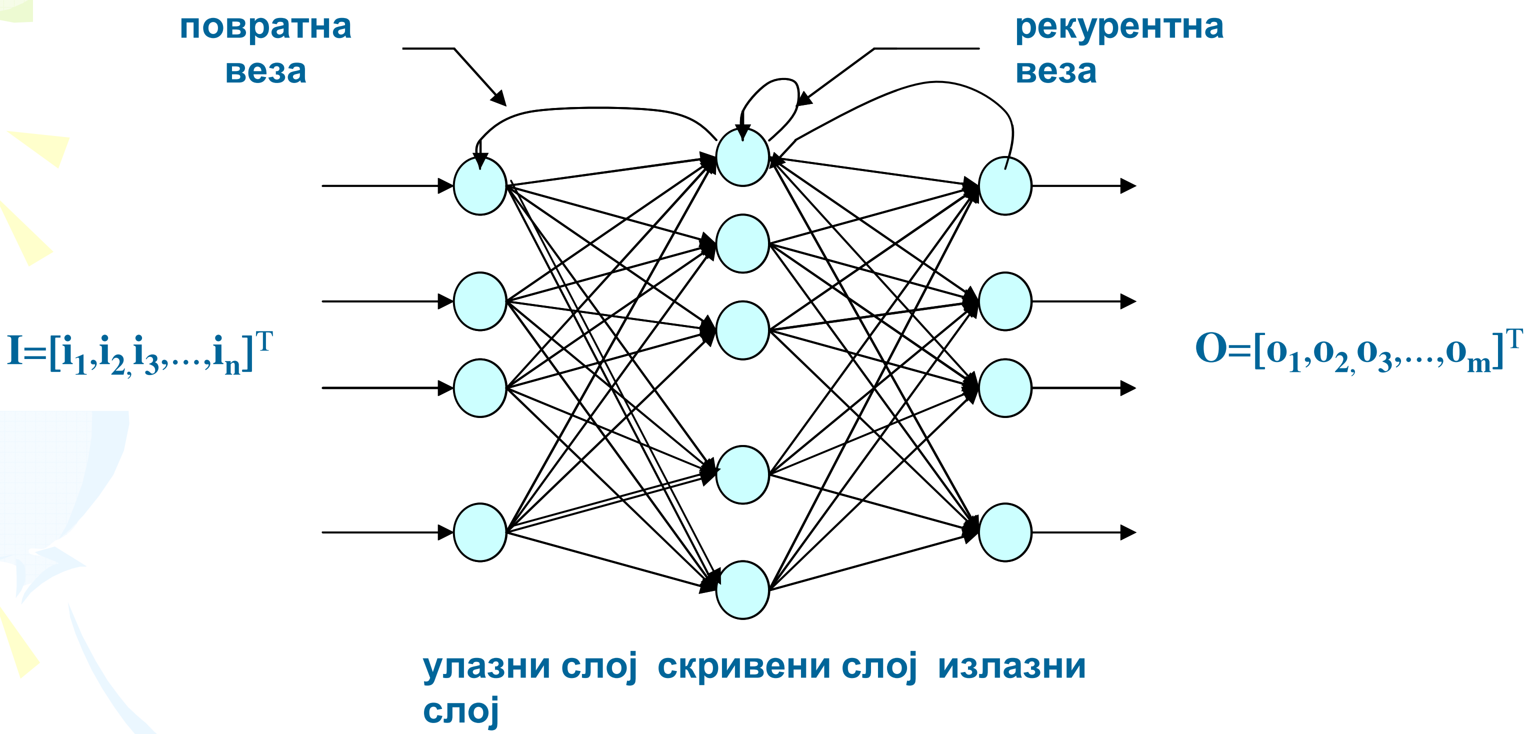
Вештачке неуронске мреже

- **<u>Деф:</u>** Неуронска мрежа је *парадигма* вештачке интелигенције која се дефинише као *конективни* модел за резоновање заснован на аналогији са мозгом, уз наглашену *когнитивну* способност да учи и врши генерализацију стеченог знања.

- Парадигма – образац, узор, пример за углед;
- Конективан – повезан;
- Когнитиван – који се тиче сазнања, сазнајни, спознајни;

> *Неуронске мреже обезбеђују значајне предности при решавању проблема процесирања који захтевају рад у реалном времену и интерпретацију односа између променљивих у вишедимензионалним просторима.*

Општа структура вештачке неуронске мреже



- *У општем смислу*, неуронске мреже представљају *скуп једноставних процесирајућих елемената-неурона*, међусобно повезаних везама са одговарајућим тежинским односима;
- Неуронске мреже имају способност адаптивног понашања према променама, што значи да могу да уче пресликавања између улазног и излазног простора и да синтетизују асоцијативну меморију.

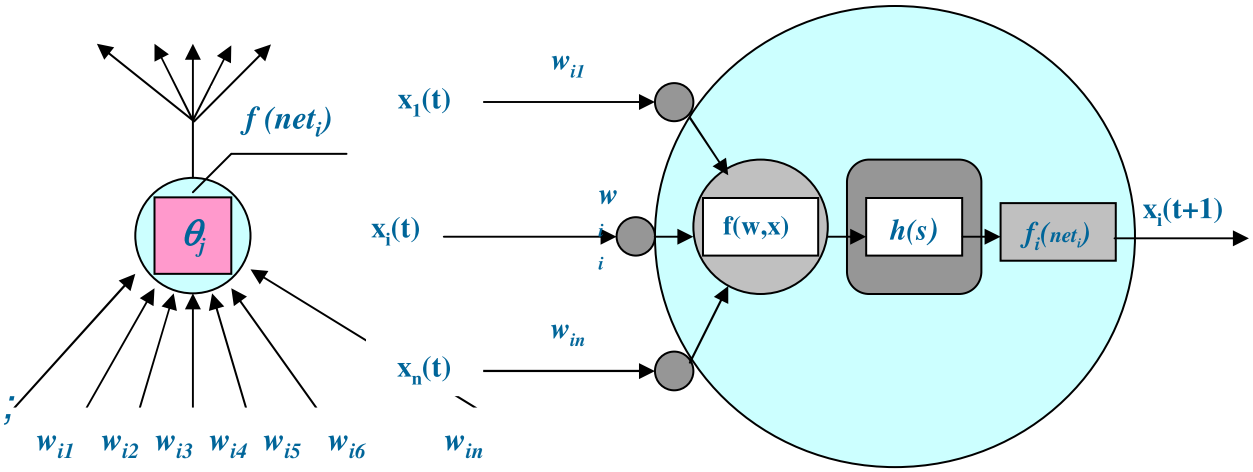
Основне компоненте

Три основне компоненте:

- *Неурон;*
- *Топологија мреже;*
- *Алгоритам учења;*

Додатне компоненте:

- *Величина мреже;*
- *Функционалност неурона;*
- *Обучавање;*
- *Имплементација.*



- Неурони (*процесирајући елементи)* примају улазне сигнале/информације од окружења или од других неурона преко веза које могу бити *екситационе* (побуђивачке) или *инхибиторне*.

- *Праг активације неурона* θ_j је његов „окидач”.

Неурон – основни процесирајући елемент

Три саставна елемента:

- **улазни оператор** $f(w,x)$, који обједињује улазе и тежинске односе међусобних веза w и формира јединствену вредност $s=f(w,x)=w^T x$;

- **функција преноса** $h(s)$, која обрађује излаз из неуронског улазног оператора (врши интеграцију), формирајући потребну вредност за активациону функцију;

- **активациона функција** $f_i(net_i)$ која обрађујући излаз функције преноса управља излазном вредношћу неурона.

Математичка формулација улазног оператора неурона

Тип улазног оператора	*Математички израз*	*Напомена*
Линеаран	$net_j = \sum w_{ij} x_j$	*Линеарна функција*
Тежинска сума	$net_j = \sum w_{ij} x_j + \theta_j$	*Најчешће коришћен; у неким случајевима праг* $\theta_j = 0$
Повратна веза	$net_j = \alpha\, net_{старо} + \beta \sum w_{ij} x_j$	α, β *су тежинске константе*

• Активација неурона (општа једначина):

$$\boxed{a_i = F_i\left(a_i(t-1), net_i(t)\right)}$$

• Неурон генерише и**злазни сигнал** који је у релацији са његовом активацијом преко **активационе функције**, што се математички може изразити на следећи начин:

$$\boxed{o_i = x_i(t) = f_i\left(a_i(t)\right) = f_i\left(net_i(t)\right)}$$

Активационе функције неурона

Основне АФ:

- *линеарне*,
- *бинарне*,
- *сигмоидне*,
- *компетитивне* и
- *Гаусове*.

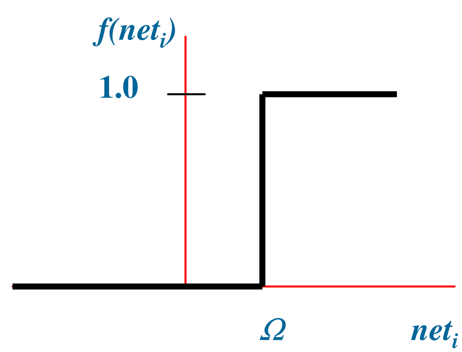
Линеарна активациона функција

• најједноставнија;
• сумира све улазе у неурон;

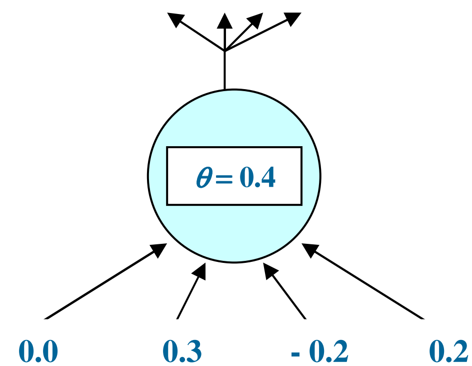
$$f_i^l\left(net_i(t)\right) = net_i(t)$$

Бинарна активациона функција

$$f_i^b\left(net_i(t)\right) = \begin{cases} 1 & ako\, je\, net_i(t) > \Omega \\ 0 & ostalo \end{cases}$$



a)



b)

Активационе функције неурона

Сигмоидна активациона функција

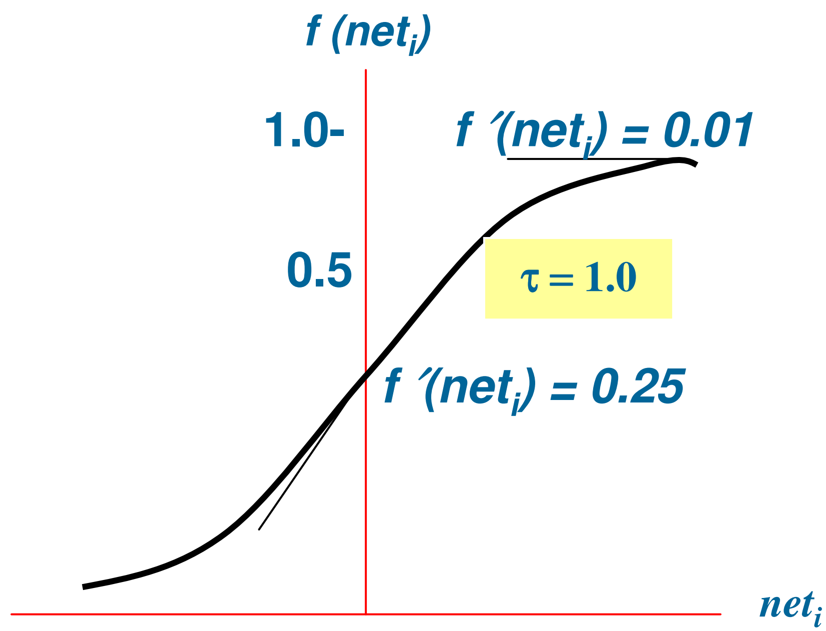
- Генерише излазни сигнал који има такође два стабилна стања;
- Континуална и диференцијабилна;
- Нелинеарна и неопадајућа.

Математичка формулација:

$$f_i^{s}\left(net_i(t)\right) = \frac{1}{1 + e^{-\left(net_i(t) - \Theta\right)/\tau}}$$

или...

$$f_i^{s*}\left(net_i(t)\right) = \frac{1}{2}\left(1 + \tanh\left(\lambda\, net_i(t)\right)\right)$$



Алгоритми учења

- Модели неурона су динамички => општа диференцијална једначина:

$$\dot{x} = g_i\left(x_i, net_i\right)$$

- излаз *i*-тог неурона, при чему је очигледно да се, због **динамичких неуронских модела**, ради о диференцирању по времену;

- улаз *i*-тог неурона net_i , зависи од излаза многих неурона са којима је у вези, практично се развија ***систем спрегнутих нелинеарних диференцијалних једначина***.

$$\dot{w}_{ij} = A_i\left(w_{ij}, x_i, x_j, \ldots\right)$$

- И модификацију тежинских односа потребно посматрати као динамички систем => систем диференцијалних једначина за тежинске односе

- A_i представља **алгоритам учења**;

- Процес учења: одређивање тежинских односа кроз итеративни поступак њихове модификације;

- **Избор** одговарајућег **алгоритма учења**, сходно апликацији за коју се мрежа користи, представља значајан проблем при пројектовању мреже.

Алгоритми учења

Алгоритам учења	*Математичка формулација*	*Напомене*
***Hebb*-ово правило** (1949)	$\partial\Phi/\partial t = O(t)[I_i(t) - O(t)\Phi_i(t)]$	$O(t)$ – *излаз неурона* $I_i(t)$ – *улази у неурон* $\Phi_i(t)$ – *јачина синаптичких веза*
***Widrow-Hoff*-ово правило** (1960) (LMS-„least mean square" алгоритам, тј. алгоритам најмање квадратне разлике)	$\mathbf{w}(t+1) = \mathbf{w}(t) + 2\mu\, \varepsilon_\kappa\, \mathbf{x}_\kappa$	$\mathbf{x_k}$ – *k-ти улазни вектор* $\mathbf{w}$ – *тежински вектор* μ – *позитивна константа* ε_κ – *тренутна разлика (грешка) између захтеване вредности излаза* (d_κ) *и актуелне вредности* (y_κ)
Генералисано делта правило (1986) (простирање грешке уназад)	$\mathbf{w_{ji}}(t+1) = \mathbf{w}(t)_{ji} + \eta\, \delta_{pj}\, \mathbf{x}_i$	$\mathbf{x_i}$ – *i-ти улазни вектор* $\mathbf{w_{ji}}$ – *вектор тежинских односа* η – *параметар учења* δ_{pj} – *грешка везана за излаз неурона* $\delta_{pj} = (y_{pj} - o_{pj}) - y_{pj}$ *је захтевана вредност излаза, а* o_{pj} *је актуелна вредност p-тог обучавајућег вектора за j-ти неурон*

Алгоритми учења – основна питања

- Које перформансе треба да има систем неуронске мреже у погледу обучавања?
- Да ли је потребно развити чисто динамички систем неуронске мреже?
- Хоће ли фаза учења бити реализована у „on-line” или „off-line” режиму?
- Да ли је брзина конвергенције важна за учење неуронске мреже?

Примена вештачких неуронских мрежа

- *Функционална апроксимација* је представљена скупом независних променљивих $\mathbf{x}=[x_1,x_2,\ldots,x_m]^T$ и излазним сигналом $y=f(x_1,x_2,\ldots,x_m)$, који су груписани у парове $\{y,f(\mathbf{x})\}$.

- *Предикција* је представљена претходним вредностима стања система, $\mathbf{X}=[x(k), x(k-1),\ldots,x(k-n)]^T$, као и тренутним и претходним вредностима улаза, $\mathbf{U}=[u(k), u(k-1),\ldots,u(k-m)]^T$, које са будућим стањима система, $x(k+1)=f(\mathbf{X},\mathbf{U})$ формирају парове $\{x(к+1),(\mathbf{X},\mathbf{U})\}$.

- *Класификација* је представљена скупом улаза $\{{}^c x_i, i=1,\ldots,N_j\}$, који са специфицираном класом C_j формира парове $\{C_j, {}^c\mathbf{x}_j\}$.

„Најраспрострањенији” *модели вештачких неуронских мрежа*

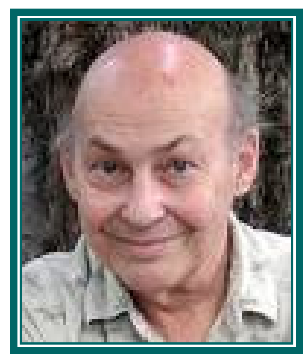
- Перцептрон;
- „**Backpropagation**” **(BP) неуронска мрежа**;
- Асоцијативне неуронске мреже;
- *Hopfield*-ове неуронске мреже;
- ART неуронске мреже (ART-1, ART-2, ART-3);
- *Fuzzy* асоцијативне неуронске мреже;
- Самоорганизујуће неуронске мреже.

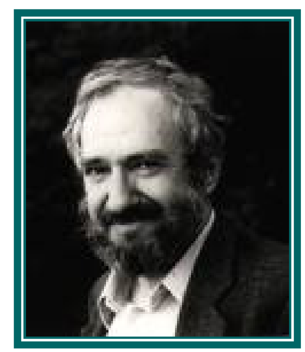
Перцептрон

- Представља најранији модел вештачке неуронске мреже;

- Пионирски радови:

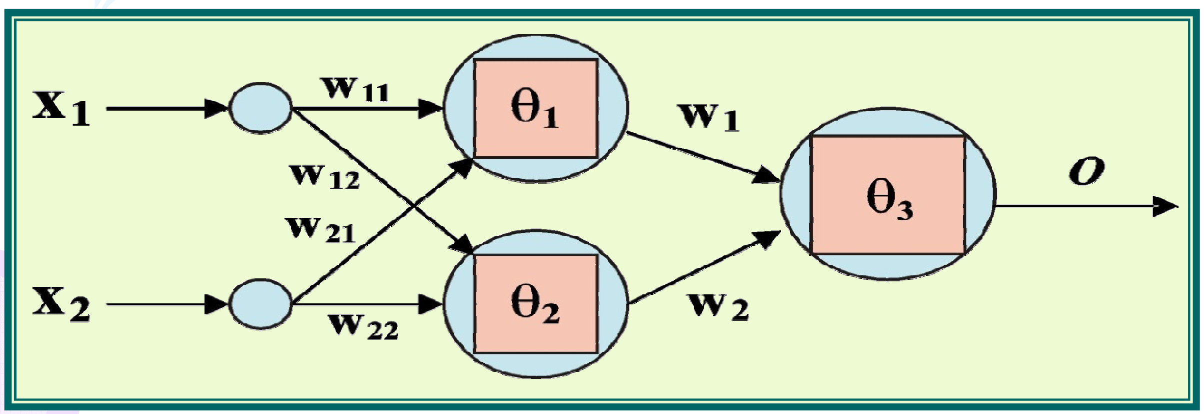
McCulloch&Pitts (1943.); *Rosenblatt* (1958,1962.); *Minsky&Papert* (1969).





Перцептрон

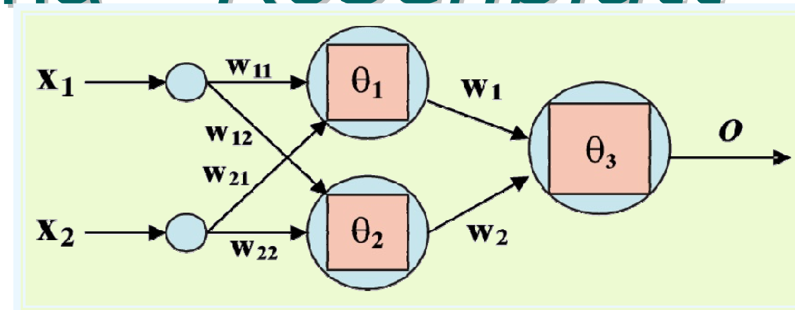
- Једноставна архитектура;
- Користи простирање сигнала у једном смеру („*feedforward*");
- Има један или више слојева неурона између улазних и излазних неурона (најчешће цео перцептрон има два слоја);
- Функционише на бази супервизорског учења;
- Линеарни тип неурона са прагом активације θ.



$$o = f(net) = \begin{cases} 1 & net \geq \Theta \\ 0 & net < \Theta \end{cases}$$

$$net = \sum w_{ij} x_j$$

Структура перцептрона - *Rosenblatt*



- Структуру перцептрона чини:

  скуп улазних неурона ({s}–неурони),

  скуп скривених неурона ({a}–неурони) и

  један излазни неурон ({r}–неурон);

- *Rosenblatt*-ова основна идеја: јачину веза између улазног слоја неурона и скривеног слоја неурона случајно изабрати по неком закону вероватноће и фиксирати њихове вредности током целог процеса учења;

- Алгоритам учења реализује подешавање тежинских односа између скривеног слоја неурона и јединог излазног неурона;

- Ако има довољно различитих типова неурона у скривеном слоју (репрезентују различите логичке исказе из улазног слоја), онда је процес учења од неурона из скривеног слоја до излазног неурона у стању да реализује комплексно логичко закључивање.