

Druga auditorna vežba iz Upravljanja kvalitetom proizvoda 1

TESTIRANJE HIPOTEZA I KONTROLNE KARTE (preporuke za izradu 3. i 4. samostalnog zadatka)

1. Testiranje hipoteze o normalnosti uzorka (3. samostalni zadatak)

Tekst:

Pri serijskoj obradi glodanjem na unutrašnju meru $x = 57 \pm 0.1$ [mm], izvučen je uzorak od **100** komada. Rezultati merenja prikazani su tabelom 1.1. Potrebno je:

- skicirati histogram empirijske raspodele uzorka,
- proveriti hipotezu o normalnosti osnovnog skupa pomoću Henrijeve prave, χ^2 -testa i λ -testa,
- izračunati procenat netačno obrađenih komada i nacrtati dijagram škarta, i
- odrediti novu vrednost gornjeg (donjeg) graničnog odstupanja pri kojoj se može smatrati da je proces obrade tačan za uobičajeni nivo statističke tolerancije.

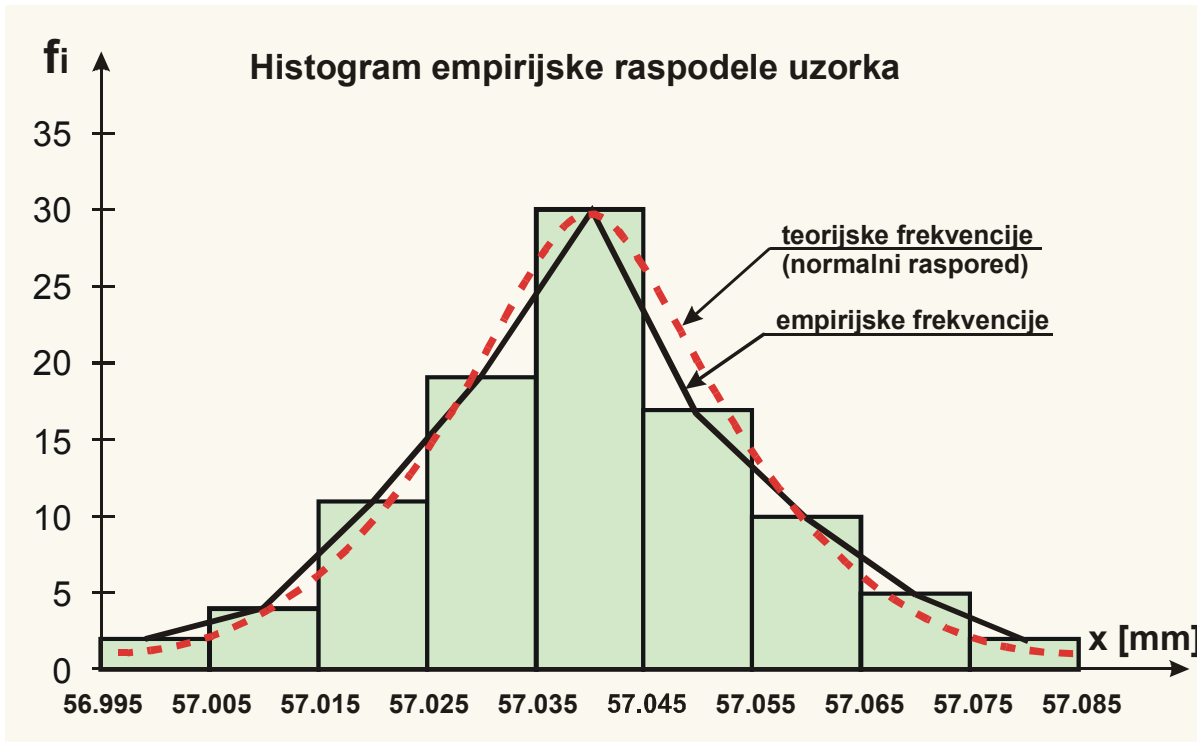
Tabela 1.1.

x_i [mm]	57.00	57.01	57.02	57.03	57.04	57.05	57.06	57.07	57.08
f_i	2	4	11	19	30	17	10	5	2

Rad:

a) Histogram empirijske raspodele uzorka

Histogram empirijske raspodele uzorka prikazan je na slici 1.1. Na osnovu oblika krive raspodele empirijskih frekvencija može se pretpostaviti da se uzorak pokorava normalnom zakonu raspodele.



Slika 1.1. Histogram empirijske raspodele uzorka.

b) Provera hipoteze o normalnosti osnovnog skupa na osnovu datog uzorka ...

... pomoću Henrijeve prave

Za proveru normalnosti osnovnog skupa pomoću Henrijeve prave, odnosno za njeno konstruisanje na "normalnom papiru", neophodno je izračunati kumulativne verovatnoće $F(x)$ nakon pojedinih intervala vrednosti u izvučenom uzorku, za šta nam koristi tabela 1.2.

Tabela 1.2. Tabela kumulativnih verovatnoća.

redni broj	x_i [mm]	f_i	$f_{i\text{ rel}}$	$F(x)$
1.	57	2	0.02	0.02
2.	57.01	4	0.04	0.06
3.	57.02	11	0.11	0.17
4.	57.03	19	0.19	0.36
5.	57.04	30	0.30	0.66
6.	57.05	17	0.17	0.83
7.	57.06	10	0.10	0.93
8.	57.07	5	0.05	0.98
9.	57.08	2	0.02	1
	Σ	100	1	

U prethodnoj tabeli figurišu još i sledeće veličine:

- x_i [mm] \equiv aritmetičke sredine pojedinih intervala vrednosti karakteristike kvaliteta,
- f_i i $f_{i\text{ rel}}$ \equiv apsolutna i relativna učestanost pojavljivanja vrednosti karakteristike kvaliteta u pojedinim intervalima.

Na dijagramu (slika 1.2, na sledećoj strani) su nanete tačke za pojedine, prethodno izračunate kumulativne verovatnoće $F(x)$ empirijskog rasporeda u funkciji od veličine x , a zatim je povučena Henrijeva prava. Skala za kumulativnu verovatnoću preuzeta je iz knjige UKP, metode 2, str.148, sl.2.

Pri crtanju Henrijeve prave nije uzeta u obzir poslednja tačka jer ona odgovara situaciji $x \rightarrow \infty$. Vidi se da tačke dobro slede pravu, raspoređujući se u njenoj neposrednoj okolini, pa se otud može zaključiti, bez strogog dokaza, da je osnovni skup normalan, tj. da empirijski skup sledi normalan raspored.

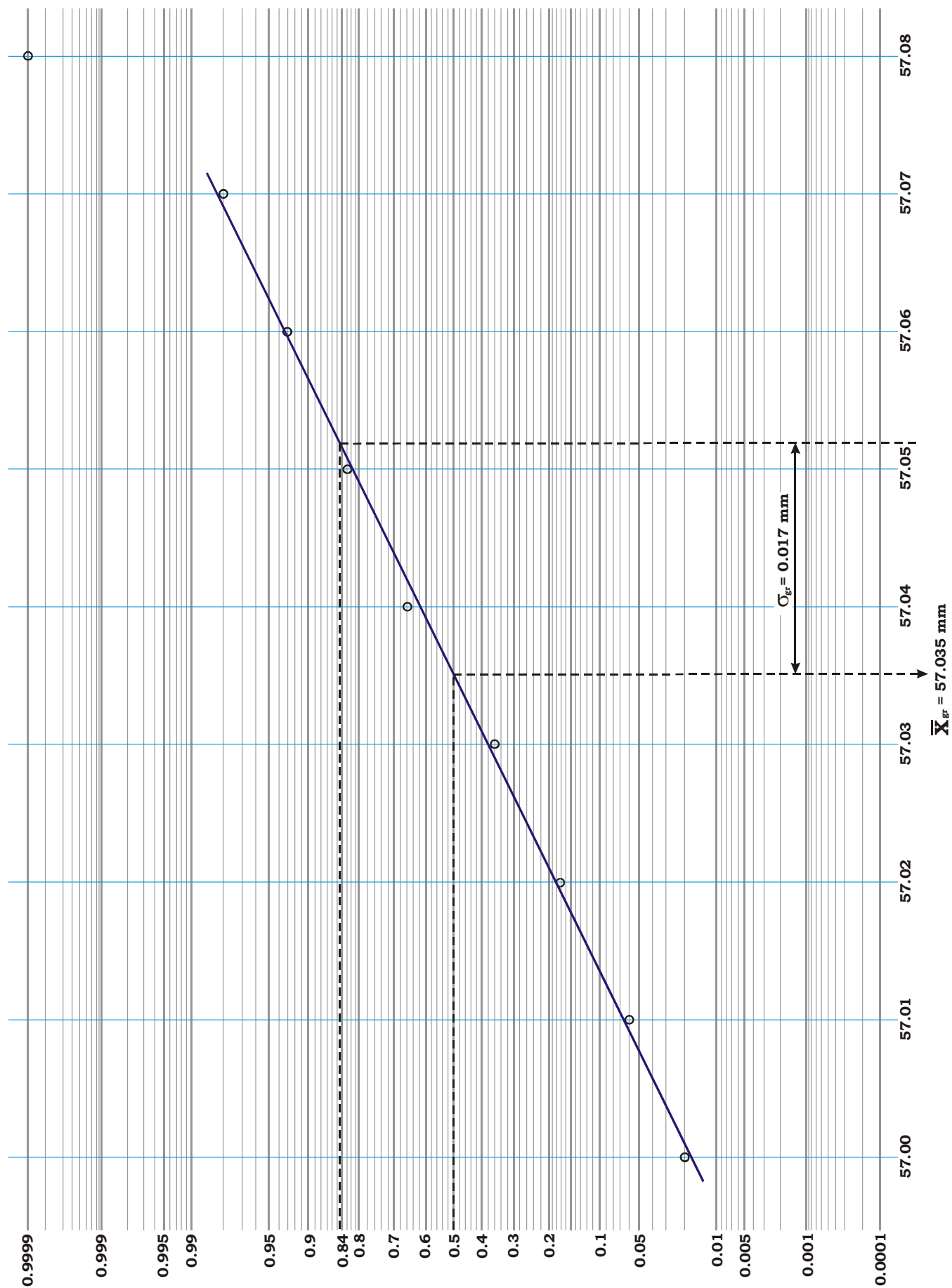
Sa dijagrama na sl.1.2 nalazimo vrednosti x koje odgovaraju vrednostima kumulativne verovatnoće 0.5 i 0.8413. Prva od njih predstavlja vrednost aritmetičke sredine uzorka dobijenu grafičkim putem ($\bar{x}_{gr.}$), a njihova razlika predstavlja vrednost standardne devijacije uzorka dobijenu grafičkom metodom ($\sigma_{gr.}$).

Da bismo odredili odgovarajuće računске vrednosti parametara lokacije i disperzije uzorka, koristimo tabelu 1.3.

Tabela 1.3. Pomoćna tabela za izračunavanje računskih vrednosti arit. sredine i stand. devijacije.

redni broj	x_i [mm]	f_i	$x_i - a$	$(x_i - a)^2$	$(x_i - a) \cdot f_i$	$(x_i - a)^2 \cdot f_i$	
1.	57	2	-0.04	0.0016	-0.08	0.0032	
2.	57.01	4	-0.03	0.0009	-0.12	0.0036	
3.	57.02	11	-0.02	0.0004	-0.22	0.0044	
4.	57.03	19	-0.01	0.0001	-0.19	0.0019	
5.	57.04	30	0	0.0000	0	0	
6.	57.05	17	0.01	0.0001	0.17	0.0017	
7.	57.06	10	0.02	0.0004	0.20	0.0040	
8.	57.07	5	0.03	0.0009	0.15	0.0045	
9.	57.08	2	0.04	0.0016	0.08	0.0032	
	Σ	100			Σ	-0.01	0.0265

gde je: $a = 57.04$ mm \equiv vrednost karakteristike kvaliteta sa najvećom frekvencijom.



Slika 1.2. Provera normalnosti osnovnog skupa pomoću Henrijeve prave.

Računsku vrednost aritmetičke sredine uzorka dobijamo prema sledećem obrascu:

$$\bar{x}_{\text{rac}} = a + \frac{1}{N} [\sum (x_i - a) \cdot f_i] = 57.04 + \frac{1}{100} \cdot (-0.01) = 57.0399 \text{ mm,}$$

a standardnu grešku prema:

$$\sigma_{\text{rac}} = \sqrt{\frac{1}{N} \cdot [\sum (x_i - a)^2 f_i] - (\bar{x} - a)^2} = \sqrt{\frac{1}{100} \cdot 0.0265 - (57.04 - 57.04)^2} = 0.0163 \text{ mm.}$$

Da bismo tačnost izvedene grafičke metode mogli smatrati prihvatljivom, proveravamo koliko vrednost standardne devijacije dobijene grafičkim putem odstupa od one dobijene računskim putem:

$$\frac{|\sigma_{\text{rac}} - \sigma_{\text{gr}}|}{\sigma_{\text{rac}}} = \frac{|0.0163 - 0.017|}{0.0163} = 0.043 = 4.3\% < 10\%.$$

Pošto vidimo da je to odstupanje manje od 10 %, zaključujemo da smo ispravno primenili grafičku metodu.

... pomoću χ^2 -testa

Provera hipoteze o normalnosti osnovnog skupa pomoću χ^2 -testa, vrši se prema tabeli 1.4:

Tabela 1.4. Pomoćna tabela za primenu χ^2 -testa.

r.br.	x_i [mm]	$ x_i - \bar{x} $	$t = \frac{ x_i - \bar{x} }{\sigma}$	$\varphi(t) = \frac{e^{-\frac{t^2}{2}}}{\sqrt{2\pi}}$	$f_t = \frac{d \cdot n}{\sigma} \cdot \varphi(t)$	f_e	$ f_e - f_t $	$\frac{ f_e - f_t ^2}{f_t}$
1.	57.00	0.0399	2.448	0.020	1.223	6	0.227	0.009
2.	57.01	0.0299	1.834	0.074	4.550			
3.	57.02	0.0199	1.221	0.189	11.616	11	0.616	0.033
4.	57.03	0.0099	0.607	0.332	20.353	19	1.353	0.090
5.	57.04	0.0001	0.006	0.399	24.475	30	5.525	1.247
6.	57.05	0.0101	0.620	0.329	20.200	17	3.200	0.507
7.	57.06	0.0201	1.233	0.187	11.443	10	1.443	0.182
8.	57.07	0.0301	1.847	0.073	4.449	7	1.364	0.330
9.	57.08	0.0401	2.460	0.019	1.187			
Σ					99.496	100	$\chi^2 =$	2.398

Teorijske frekvencije su izračunate pomoću izraza: $f_t = \frac{d \cdot n}{\sigma} \cdot \varphi(t)$, gde su:

- $d = 0.01 \equiv$ širina grupnog intervala, i
- $n = 100 \equiv$ ukupan broj uzoraka.

Kao krajnji rezultat proračuna dobija se: $\chi^2 = 2.398$.

NAPOMENA: One intervale u kojima je f_e manje od 5 sažimamo sa prvim susednim tako da u svakom grupnom intervalu f_e bude najmanje 5.

Kod normalnog teorijskog rasporeda, broj stepeni slobode je definisan opštim izrazom: $k = n - n_1 - 3 = 9 - 2 - 3 = 4$, gde je $n \equiv$ broj početnih grupnih intervala, $n_1 \equiv$ broj sažetih grupnih intervala. Brojka 3 u proračunu označava da imamo tri dodatna uslova: $\Sigma f_e = 100$, $\bar{x} = 57.0399$, i $\sigma = 0.0163$.

Prema UKP, metode 2, tab.VIII, str.243, za $k = 4$, dobijamo:

- $P(2.195) = 0.70$, i
- $P(3.357) = 0.50$,

pa pošto je $2.195 < 2.398 < 3.357$, tačnu vrednost verovatnoće dobijamo interpolacijom i ona iznosi: $P(2.398) = 0.665$.

Dobijena verovatnoća $P(2.398) = 0.665$, koja označava da za 66.5 % može biti premašeno $\chi^2 = 2.398$, veća je od 5%, što, prema UKP, metode 2, str.90, ukazuje na to da su razlike između empirijskih i teorijskih frekvencija slučajne i da je hipoteza o normalnosti empirijskog rasporeda istinita, tj. prihvata se. Dakle, empirijski skup se podvrgava teorijskom normalnom zakonu.

Napomena: strogo uzet, dobijeni rezultati ne pokazuju da se hipoteza prihvata, već da se ne može odbaciti.

... pomoću λ -testa

Provera hipoteze o normalnosti osnovnog skupa pomoću λ -testa, vrši se prema tabeli 1.5:

Tabela 1.5. Pomoćna tabela za primenu λ -testa.

r.br.	x_i [mm]	$ x_i - \bar{x} $	$t = \frac{ x_i - \bar{x} }{\sigma}$	$\varphi(t)$	$f_t = \frac{d \cdot n}{\sigma} \cdot \varphi(t)$	f_e	N_e	N_t	$ N_e - N_t $
1.	57.00	0.0399	2.4479	0.0199	1.2234	2	2	1.2234	0.7766
2.	57.01	0.0299	1.8344	0.0742	4.5504	4	6	5.7739	0.2261
3.	57.02	0.0199	1.2209	0.1893	11.6162	11	17	17.3901	0.3901
4.	57.03	0.0099	0.6074	0.3317	20.3526	19	36	37.7427	1.7427
5.	57.04	0.0001	0.0061	0.3989	24.4745	30	66	62.2172	3.7828
6.	57.05	0.0101	0.6196	0.3293	20.1999	17	83	82.4171	0.5829
7.	57.06	0.0201	1.2331	0.1865	11.4427	10	93	93.8598	0.8598
8.	57.07	0.0301	1.8466	0.0725	4.4488	5	98	98.3086	0.3086
9.	57.08	0.0401	2.4601	0.0194	1.1871	2	100	99.4958	0.5042
Σ						99.4958	100		

Vrednosti za $\varphi(t)$ su izračunate pomoću formule, kao kod prethodnog testa. One mogu biti uzete i prema UKP, metode 2, tab.I, str.237, ali se računski metod više preporučuje, jer je lakši (izbegava se korišćenje interpolacije) i tačniji.

Ostale veličine korišćene u ovoj tabeli su:

- teorijska frekvencija empirijskog rasporeda:

$$f_t = \frac{d \cdot n}{\sigma} \cdot \varphi(t) = \frac{0.01 \cdot 100}{0.0163} \cdot \varphi(t) = 61.34969 \cdot \varphi(t),$$

- $d = 0.01 \equiv$ širina grupnog intervala,
- $n = 100 \equiv$ broj elemenata u uzorku,
- $N_e \equiv$ kumulativna empirijska frekvencija,
- $N_t \equiv$ kumulativna teorijska frekvencija.

Pošto maksimalna razlika kumulativnih empirijskih i teorijskih frekvencija iznosi:

$$\max\{N_e - N_t\} = 3.7828,$$

to se iz sledeće jednačine dobija vrednost veličine λ :

$$\lambda = \frac{\max\{N_e - N_t\}}{n} \cdot \sqrt{n} = \frac{3.7828}{100} \cdot \sqrt{100} = 0.37828$$

Prema UKP, metode 2, tab.VII, str.242, interpolacijom dobijamo:

$$P(\lambda) = P(0.37828) = 0.9983.$$

Pošto je $P(\lambda) = 0.9983$ očigledno veće od 0.6 (videti UKP, metode 2, str.87), to se hipoteza o normalnosti osnovnog skupa može smatrati istinitom, odnosno normalni empirijski skup pripada modelu normalne raspodele. Važi ista završna napomena kao kod prethodnog testa.

c) Analiza tačnosti i veličine škarta

Zadata tolerancija procesa iznosi:

$$T = x_g - x_d = 0.1 - 0 = 0.1 \text{ mm.}$$

Prirodnu toleranciju procesa računamo prema obrascu:

$$T_p = 6\sigma = 6 \cdot 0.0163 = 0.0978 \text{ mm.}$$

Koeficijent tačnosti procesa iznosi:

$$\mu_1 = \frac{T_p}{T} = \frac{0.0978}{0.1} = 0.978 < 1,$$

na osnovu čega zaključujemo da je prvi uslov tačnosti ispunjen.

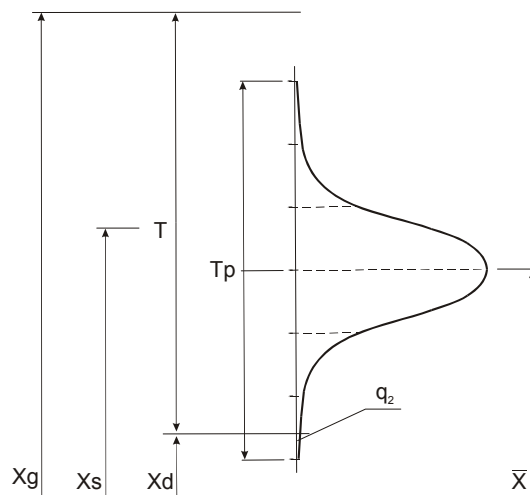
Koeficijent tačnosti regulisanja:

$$x_s = \frac{x_g + x_d}{2} = \frac{57.1 + 57}{2} = 57.05 \text{ mm,} \quad \mu_2 = \frac{|\bar{x} - x_s|}{T} = \frac{|57.0399 - 57.05|}{0.1} = 0.101,$$

je veći od dozvoljenog:

$$\mu_{2d} = \frac{1 - \mu_1}{2} = \frac{1 - 0.978}{2} = 0.011 < 0.101 = \mu_2,$$

na osnovu čega zaključujemo da drugi uslov tačnosti nije ispunjen, što se grafički može predstaviti kao na slici 1.3.



Slika 1.3. Dijagram škarta – grafički prikaz odnosa zadatog i prirodnog intervala tolerancije.

Procentualnu vrednost komada koji nisu usaglašeni izračunavamo prema sledećim formulama:

$$q_1 = 0.5 - \Phi\left(\frac{x_g - \bar{x}}{\sigma}\right) = 0.5 - \Phi\left(\frac{57.1 - 57.0399}{0.0163}\right) = 0.5 - \Phi(3.687) = 0.5 - 0.49988648 = 0.00011352,$$

odnosno:

$$q_2 = 0.5 - \Phi\left(\frac{\bar{x} - x_d}{\sigma}\right) = 0.5 - \Phi\left(\frac{57.0399 - 57}{0.0163}\right) = 0.5 - \Phi(2.448) = 0.5 - 0.49273564 = 0.00726436.$$

Neusaglašeni komadi sa karakteristikama iznad gornje granične vrednosti ($q_1 = 0.01\%$) predstavljaju škart koji se ne može doraditi, jer se radi o unutrašnjoj obradi. Ipak, njihov broj je manji od 0.27%, odn. od onog broja defekata koji se toleriše kod modela 3σ (uslovi tehničke tačnosti – *Statistical Process Control*), tako da bi tim delom neusaglašenosti u suštini mogli da budemo zadovoljni.

Kada je reč o komadima čija je analizirana karakteristika kvaliteta ispod donje granične vrednosti, njihov procentualni udeo iznosi $q_2 = 0.73\%$ i taj deo škarta se može doraditi.

d) Nova vrednost intervala tolerancije za postizanje 3σ nivoa tačnosti

Novu vrednost intervala tolerancije za postizanje 3σ nivoa tačnosti predstavlja, već izračunati “prirodni interval tolerancije”:

$$T_p = 6 \cdot \sigma = 6 \cdot 0.0163 = 0.0978 \text{ mm},$$

a novu gornju i donju dozvoljenu graničnu meru dobijamo simetričnim raspoređivanjem po polovine prirodnog intervala tolerancije oko aritmetičke sredine posmatrane karakteristike u izrađenoj seriji:

$$x_g^{\text{nova}} = \bar{x} + 3\sigma = 57.0399 + 3 \cdot 0.0163 = 57.0888 \text{ mm},$$

$$x_d^{\text{nova}} = \bar{x} - 3\sigma = 57.0399 - 3 \cdot 0.0163 = 56.9910 \text{ mm}.$$

Međutim, ako želimo da zadržimo sredinu propisanog tolerancijskog polja, tada postavljeni zadatak rešavamo na sledeći način – treba da budu zadovoljeni uslovi:

$$\mu_1 = \frac{T_p}{T} < 1, \text{ i} \quad (1)$$

$$\mu_2 < \mu_{2d}, \quad (2)$$

pri čemu ispunjenje uslova (2) garantuje i ispunjenje uslova (1), pa se i (1) i (2) svode na:

$$\mu_2 < \mu_{2d},$$

odnosno:

$$\begin{aligned} \frac{|\bar{x} - x_s|}{T^{\text{nova}}} &< \frac{1 - \mu_1}{2} = \frac{1 - \frac{T_p}{T^{\text{nova}}}}{2} \Rightarrow \\ \frac{|57.0399 - 57.05|}{T^{\text{nova}}} &< \frac{T^{\text{nova}} - 0.0978}{2 \cdot T^{\text{nova}}} \Rightarrow \\ T^{\text{nova}} &= 0.118 \text{ mm}. \end{aligned}$$

Zaključujemo da se ovakvim pristupom dobija nešto veća širina novog intervala tolerancije, a samim tim i tačnost nešto viša od tehničke.

Novu gornju i donju dozvoljenu graničnu meru sada dobijamo simetričnim raspoređivanjem po polovine novodobijenog intervala tolerancije oko sredine prvobitno zadatog intervala tolerancije:

$$x_g^{\text{nova}} = x_s + \frac{T^{\text{nova}}}{2} = 57.05 + \frac{0.118}{2} = 57.109 \text{ mm},$$

$$x_d^{\text{nova}} = x_s - \frac{T^{\text{nova}}}{2} = 57.05 - \frac{0.118}{2} = 56.991 \text{ mm}.$$

Ovakav zahtev će u praksi biti retko postavljen pred konstruktore – u najvećem broju slučajeva konstruktoru funkcionalnost dela neće dozvoliti da menja konstrukcioni dokument samo zato da bi se “veštački” smanjio procenat neusaglašenosti u izrađenoj seriji delova.

REFERENCE:

Henrijeva prava:

- UKP M1:
 - o str.219, tablica 7.3,
 - o str.221, slika 7.6.b,
 - o str.222, slika 7.7;
- UKP M2:
 - o str.146, zadatak 8.

χ^2 -test:

- UKP M2:
 - o str.87, receptura,
 - o str.88, zadatak 2.1, tablica 2.2 (primer),
 - o str.237, tablica I, $\varphi(t)$.

λ -test:

- UKP M2:
 - o str.86, receptura,
 - o str.88, zadatak 2.1, tablica 2.1 (primer),
 - o str.237, tablica I, $\varphi(t)$.

2. Kontrolne karte za statističke mere uzorka (4. samostalni zadatak)

PROCEDURA FORMIRANJA KONTROLNIH KARATA

Dato je **k** uzoraka sa po **n** primeraka u uzorku.

- ❖ Ako je $n \leq 10$, crtamo $\bar{X}\bar{R}$ kartu.
- ❖ Ako je $n > 10$, crtamo $\bar{X}\sigma$ kartu.

❖ Nađemo CL, GKG i DKG i nacrtamo **kontrolne karte za protekli proces** (KKP) – pune linije na sl. 2.1 i 2.2.

Obrasci za $\bar{X}\bar{R}$ kartu za KKP.

$$CL_{\bar{x}} = \bar{X} = \bar{\bar{x}} = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k \bar{x}_i$$

$$CL_R = \bar{R} = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k R_i$$

$$GKG_{\bar{x}} = \bar{X} + 3\sigma_{\bar{x}} = \bar{X} + \frac{3\sigma_0}{\sqrt{n}} = \bar{\bar{x}} + A_2\bar{R}$$

$$DKG_{\bar{x}} = \bar{X} - 3\sigma_{\bar{x}} = \bar{X} - \frac{3\sigma_0}{\sqrt{n}} = \bar{\bar{x}} - A_2\bar{R}$$

$$GKG_R = D_4\bar{R}$$

$$DKG_R = D_3\bar{R}$$

$$\sigma_0 = \frac{1}{d_2}\bar{R}$$

$d_2, A_2, D_4, D_3 \Rightarrow$ UKP M1, tab.5 (za $n \leq 10$).

Obrasci za $\bar{X}\sigma$ kartu za KKP.

$$CL_{\bar{x}} = \bar{X} = \bar{\bar{x}} = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k \bar{x}_i$$

$$CL_{\sigma} = \bar{\sigma} = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k \sigma_i$$

$$GKG_{\bar{x}} = \bar{X} + 3\sigma_{\bar{x}} = \bar{X} + \frac{3\sigma_0}{\sqrt{n}} = \bar{\bar{x}} + A_1\bar{\sigma}$$

$$DKG_{\bar{x}} = \bar{X} - 3\sigma_{\bar{x}} = \bar{X} - \frac{3\sigma_0}{\sqrt{n}} = \bar{\bar{x}} - A_1\bar{\sigma}$$

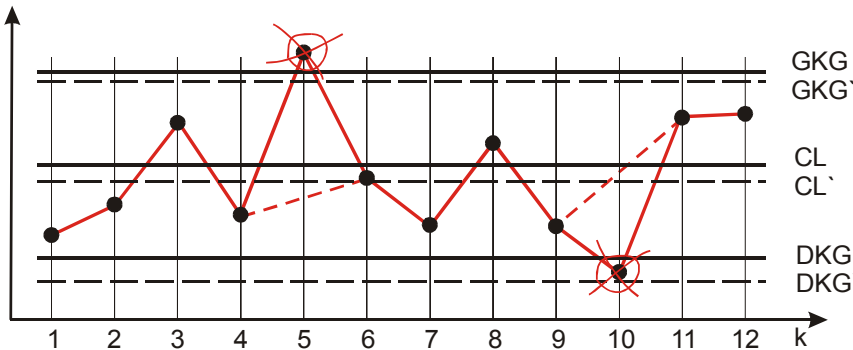
$$GKG_{\sigma} = B_4\bar{\sigma}$$

$$DKG_{\sigma} = B_3\bar{\sigma}$$

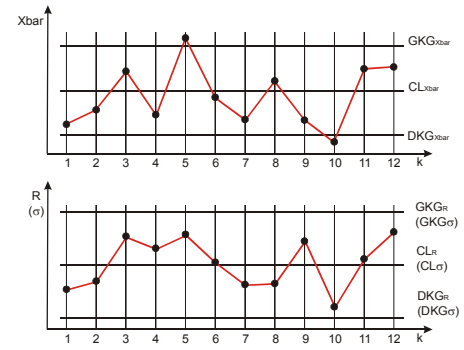
$$\sigma_0 = \frac{1}{c_2}\bar{\sigma}$$

$c_2, A_1, B_4, B_3 \Rightarrow$ UKP M1, tab.5 (za $n > 10$).

❖ Neka smo, npr., dobili sledeću situaciju na nekoj od KKP (bilo \bar{X} , R, ili σ):



Slika 2.1. Kontrolna karta za protekli proces za jednu karakteristiku.



Slika 2.2. Dvojna $\bar{X}\bar{R}$, odn. $\bar{X}\sigma$ KKP.

- ❖ Izbacujemo te dve tačke koje su izvan granica uz odgovarajući komentar (npr.: "Utvrđili smo neke sistematske faktore koji su doveli do ispadanja tačaka izvan kontrolnih granica i eliminisali ih iz procesa, pa te dve tačke izbacujemo iz daljeg razmatranja"). Odgovarajuće tačke izbacujemo na obema kartama, bez obzira na to na kojoj su se karti našle izvan granica.
- ❖ Ponovo računamo CL, G/DKG i crtamo novu KKP (ili modifikujemo staru KKP isprekidanim linijama, kako je to pokazano na slici 2.1).
- ❖ Sada se protekli proces (PP) može smatrati **stabilnim (statistički ovladanim)**, pa proveravamo da li je bio pod kontrolom (tj. da li je bio tačan), preko reprezentativnih vrednosti.

Obrasci za $\bar{X}\bar{R}$ kartu za KKP.

$$\bar{x}_r = \bar{\bar{x}}' = \frac{1}{k'} \sum_{i=1}^{k'} \bar{x}_i \quad \sigma_r = \frac{1}{d_2} \bar{R}' \quad \bar{R}' = \frac{1}{k'} \sum_{i=1}^{k'} R_i$$

k' je novi broj uzoraka, bez izbačenih tačaka.

Obrasci za $\bar{X}\sigma$ kartu za KKP.

$$\bar{x}_r = \bar{\bar{x}}' = \frac{1}{k'} \sum_{i=1}^{k'} \bar{x}_i \quad \sigma_r = \frac{1}{c_2} \bar{\sigma}' \quad \bar{\sigma}' = \frac{1}{k'} \sum_{i=1}^{k'} \sigma_i$$

k' je novi broj uzoraka, bez izbačenih tačaka.

❖ Razlikujemo tri slučaja tačnosti PP (x_g i x_d su granična dozvoljena odstupanja kontrolisane karakteristike x):

1. Protekli proces **nije bio tačan**: $\bar{x}_r + 3\sigma_r > x_g$ i / ili $\bar{x}_r - 3\sigma_r < x_d$.

Ne crtamo kontrolnu kartu za tekući proces (KKT), već dajemo odgovarajući komentar.

2. Protekli proces **je bio tačan**: $\bar{x}_r + 3\sigma_r < x_g$ i $\bar{x}_r - 3\sigma_r > x_d$.

Crtamo KKT, prema sledećim obrascima:

Obrasci za $\bar{x}R$ kartu za KKT.

$$CL_{\bar{x}} = \bar{x}' = x_r$$

$$CL_R = \bar{R}' = d_2\sigma_r$$

$$GKG_{\bar{x}} = x_r + A\sigma_r$$

$$DKG_{\bar{x}} = x_r - A\sigma_r$$

$$GKG_R = D_2\sigma_r$$

$$DKG_R = D_1\sigma_r$$

A, D₂, D₁ ⇒ UKP M1, tab.6 (za n ≤ 10).

Obrasci za $\bar{x}\sigma$ kartu za KKT.

$$CL_{\bar{x}} = \bar{x}' = x_r$$

$$CL_R = \bar{\sigma}' = c_2\sigma_r$$

$$GKG_{\bar{x}} = x_r + A\sigma_r$$

$$DKG_{\bar{x}} = x_r - A\sigma_r$$

$$GKG_R = B_2\sigma_r$$

$$DKG_R = B_1\sigma_r$$

A, B₂, B₁ ⇒ UKP M1, tab.6 (za n > 10).

3. Protekli proces **je bio granično tačan**: $\bar{x}_r + 3\sigma_r = x_g$ i $\bar{x}_r - 3\sigma_r = x_d$.

Crtamo KKT, prema sledećim obrascima:

Obrasci za $\bar{x}R$ kartu za KKT.

$$CL_{\bar{x}} = x_{sr} = \frac{x_g + x_d}{2}$$

$$CL_R = d'_2T = d'_2(x_g - x_d)$$

$$GKG_{\bar{x}} = x_{sr} + A'T$$

$$DKG_{\bar{x}} = x_{sr} - A'T$$

$$GKG_R = D'_2T$$

$$DKG_R = D'_1T$$

$$A' = \frac{A}{6} \quad D'_2 = \frac{D_2}{6} \quad D'_1 = \frac{D_1}{6} \quad d'_2 = \frac{d_2}{6}$$

A, D₂, D₁ ⇒ UKP M1, tab.6 (za n ≤ 10).

d₂ ⇒ UKP M1, tab.5 (za n ≤ 10).

Obrasci za $\bar{x}\sigma$ kartu za KKT.

$$CL_{\bar{x}} = x_{sr} = \frac{x_g + x_d}{2}$$

$$CL_{\sigma} = c'_2T = c'_2(x_g - x_d)$$

$$GKG_{\bar{x}} = x_{sr} + A'T$$

$$DKG_{\bar{x}} = x_{sr} - A'T$$

$$GKG_{\sigma} = B'_2T$$

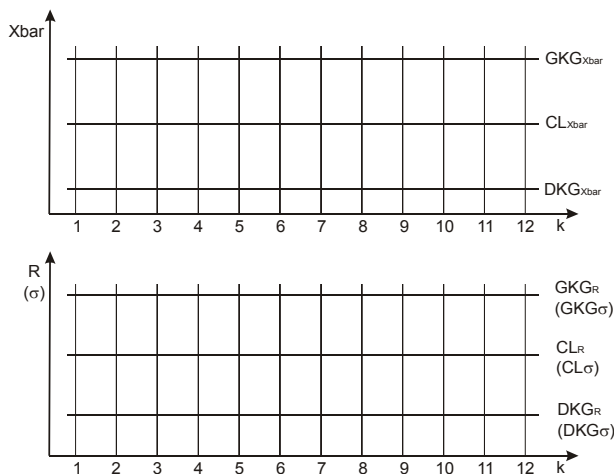
$$DKG_{\sigma} = B'_1T$$

$$A' = \frac{A}{6} \quad B'_2 = \frac{B_2}{6} \quad B'_1 = \frac{B_1}{6} \quad c'_2 = \frac{c_2}{6}$$

A, B₂, B₁ ⇒ UKP M1, tab.6 (za n > 10).

c₂ ⇒ UKP M1, tab.5 (za n > 10).

❖ Izgled dvojne kontrolne karte za tekući proces prikazan je slikom 2.3.



Slika 2.3. Dvojna kontrolna karta za tekući proces.

Ponekad se u kontrolne karte unose i gornja i donja granica upozorenja (GGU i DGU), koje označavaju trenutak kada se proces suviše približio kritičnim vrednostima i predstavljaju signal da bi trebalo preduzeti odgovarajuće korektivne mere da se proces vrati u "normalu", pre nego dođe do pojave neusaglašenosti. GGU i DGU, na primer, za aritmetičku sredinu, izračunavamo prema obrascu:

$$G/DKG_{\bar{x}} = \bar{X} \pm 2\sigma_{\bar{x}} = \bar{X} \pm \frac{2\sigma_0}{\sqrt{n}} = \bar{x} \pm \frac{2}{3} A_2 \bar{R}$$

a analogno i za ostale karakteristike (raspon i stand. devijaciju).

NAPOMENA: Ova procedura se odnosi samo na rešavanje 4. projektnog zadatka. Na ispitu se javljaju i ostali tipovi kontrolnih karata, pa je neophodno proraditi sve primere iz desno navedene literature.

REFERENCE:

- Postavke metoda KK:
 - o UKP M1, str.229-259
- Primeri:
 - o UKP M1, str.259-262
 - o UKP M2, str.159-194