

Treća auditorna vežba iz Upravljanja kvalitetom proizvoda 1

PLANOVI PRIJEMA

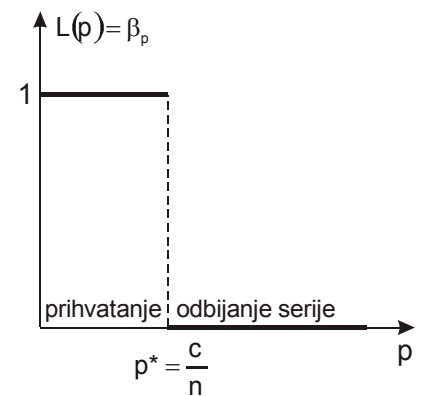
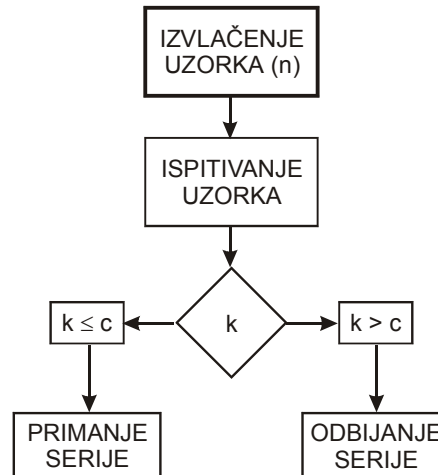
(preporuke za izradu 5. samostalnog zadatka i rešeni ispitni zadaci)

1. Jednostruki planovi prijema za atributivne karakteristike kvaliteta

Planovi prijema predstavljaju sistem uzoraka, pomoću kojih se testira hipoteza o nivou kvaliteta celokupne serije delova, a zatim se prihvata ili odbija serija, prema tome da li poseduje ili ne poseduje propisani nivo kvaliteta.

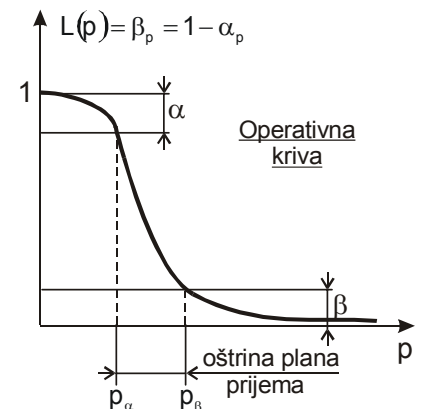
Nivo kvaliteta određen je procentom defektnih delova u seriji:

- $N \equiv$ veličina serije;
- $n \equiv$ obim uzorka;
- $c \equiv$ broj dozvoljenih defektnih delova u uzorku;
- $k \equiv$ broj defektnih delova u uzorku.



Osnovni pojmovi planova prijema:

- $p \equiv$ nivo kvaliteta;
- $p_1 = p_\alpha \equiv$ prihvatljivi nivo kvaliteta – definiše ga proizvođač;
- $p_2 = p_\beta > p_1 = p_\alpha \equiv$ odbijajući nivo kvaliteta – definiše ga kupac;
- $\alpha \equiv$ rizik proizvođača – verovatnoća odbijanja serije delova čiji je nivo kvaliteta $p_1 = p_\alpha$ – rizik odbacivanja istinite hipoteze;
- $\beta \equiv$ rizik kupca – verovatnoća da će kupac prihvatiti seriju delova $p_2 = p_\beta$ – rizik prihvatanja neistinite hipoteze;
- $\alpha_p \equiv$ verovatnoća odbijanja serije;
- $\beta_p = 1 - \alpha_p = f(p) \equiv$ verovatnoća prihvatanja serije;
- $p_2 - p_1 = p_\beta - p_\alpha \equiv$ oštrina plana prijema.



Postupak za rešavanje ispitnih zadataka iz oblasti planova prijema za atributivne karakteristike kvaliteta:

- Zadato je: određen broj serija, sa N delova u seriji; n , c , α , β ; Poasonova raspodela; pretpostavljeni ulazni nivo kvaliteta p .
- Crtanje operativne krive:

$$L(p, n, c) = \sum_{k=0}^c \frac{(n \cdot p)^k}{k!} \cdot e^{-n \cdot p} \quad \text{Ova jednačina daje verovatnoću da se za različite ulazne nivoe kvaliteta u uzorku nađe } k \leq c \text{ defektnih delova.}$$

Ne proračunavamo pojedine tačke u ovom dijagramu, već ih nalazimo iz tab.7, UKP M1.

- Određujemo p_α i p_β za definisane α i β (interpolacijom, na osnovu tab.7, UKP M1).
- Crtamo krivu prosečnog izlaznog nivoa celokupne isporučene serije:

$$P_{\text{pik}} = \left(1 - \frac{n}{N}\right) \cdot p \cdot L(p, n, c) \quad \text{Ova kriva predstavlja realni nivo kvaliteta prihvaćenih serija, nakon izvršenog ispitivanja (kontrole).}$$

U prihvaćene serije ubrajamo: serije koje su prihvaćene sistemom uzoraka (serije dobrog kvaliteta) – u njima je ostao određen broj defektnih delova, kao i one serije lošeg kvaliteta (odbijene sistemom uzoraka), nad kojim je izvršena stoprocentna kontrola i svi defektni delovi zamenjeni ispravnim.

- Na kraju je potrebno odrediti ukupan broj serija prihvaćenih sistemom uzoraka za pretpostavljeni ulazni nivo kvaliteta i ukupan broj defektnih delova u njima.

Primer: (JANUAR 2000, Grupa 1, Zadatak 3)

Postavka:

Prijemnoj kontroli je isporučeno 100 serija sa po 10 000 delova delova. Prijemna kontrola se obavlja jednostrukim planom prijema, čiji su parametri: $n = 350$, $c = 4$. Potrebno je da se odredi:

- Kriva operativne karakteristike, polazeći od Poasonovog rasporeda;
- Prihvatljivi i odbijajući nivo kvaliteta za definisane vrednosti rizika prve (4%) i 2. vrste (10%);
- Kriva prosečnog izlaznog nivoa kvaliteta celokupne isporučene serije;
- Ukupan broj defektnih delova u svih 100 isporučenih serija delova pretpostavljenog ulaznog kvaliteta od 0.020.

Rešenje:

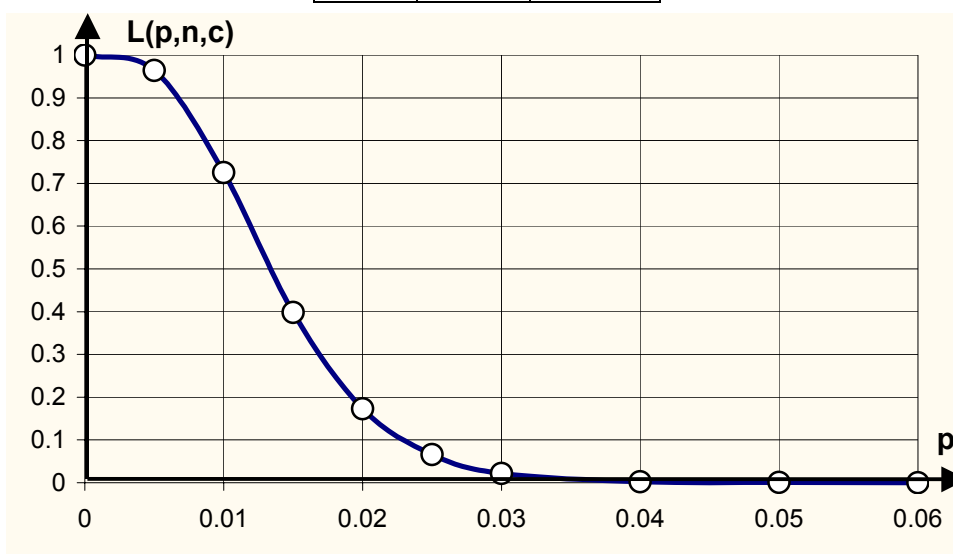
a) Kriva operativne karakteristike (slika 1.1), polazeći od Poasonovog rasporeda, definisana je jednačinom:

$$P_a = L(p, n, c) = \sum_{k=0}^c \frac{(n \cdot p)^k}{k!} \cdot e^{-n \cdot p} = \sum_{k=0}^4 \frac{(350 \cdot p)^k}{k!} \cdot e^{-350 \cdot p},$$

i ona se, na jednostavniji način, može nacrtati provlačenjem kroz tačke dobijene pomoću tabele 1.1, za različite vrednosti nivoa kvaliteta p :

Tabela 1.1: Pomoćna tabela za crtanje $L(p, n, c)$

p	np	$L(n, p, c)$
0.005	1.75	0.999
0.010	3.50	0.725
0.015	5.25	0.398
0.020	7.00	0.173
0.025	8.75	0.066
0.030	10.50	0.022
0.040	14.00	0.002
0.050	17.50	0.001
0.060	21.00	$\rightarrow 0$



Slika 1.1: Kriva operativne karakteristike (Poasonov raspored)

b) Prihvatljivi i odbijajući nivo kvaliteta:

Na osnovu rizika 1. i 2. vrste dobijamo odgovarajuće vrednosti verovatnoće Poasonovog rasporeda:

- $\alpha = 0.04$ (rizik 1. vrste) $\Rightarrow L(p_1, n = 350, c = 4) = 1 - \alpha = 0.96$,
- $\beta = 0.10$ (rizik 2. vrste) $\Rightarrow L(p_2, n = 350, c = 4) = \beta = 0.10$,

a odatle, interpolacijom, na osnovu UKP M1, tab.7, dobijamo:

- prihvatljivi nivo kvaliteta: $p_1 \approx 0.0053 = 0.53\%$, odn.
- odbijajući nivo kvaliteta: $p_2 \approx 0.0229 = 2.29\%$.

c) Kriva prosečnog izlaznog kvaliteta celokupne isporučene serije crta se na osnovu opšte jednačine:

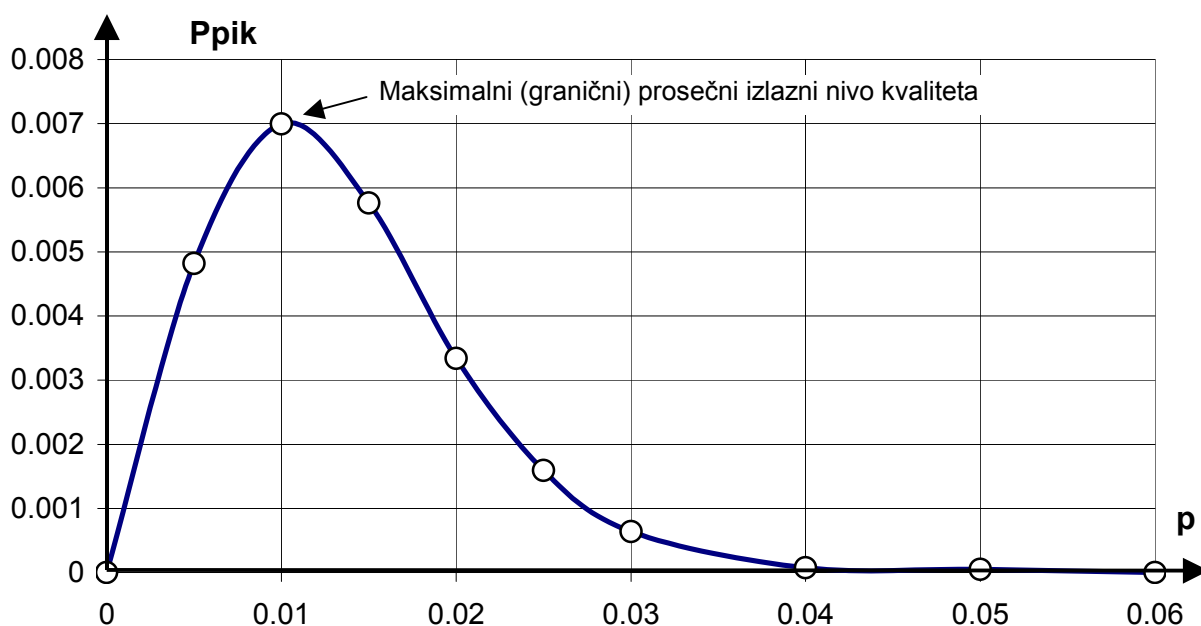
$$P_{pik} = \left(1 - \frac{n}{N}\right) \cdot p \cdot L(p, n, c) = \left(1 - \frac{350}{10000}\right) \cdot p \cdot L(p, n, c) = 0.965 \cdot p \cdot L(p, n, c),$$

uz korišćenje pomoćne tabele 1.2,

Tabela 1.2: Pomoćna tabela za crtanje P_{pik}

p	L(n,p,c)	p · L(n,p,c)	P_{pik}
0.005	0.999	0.00500	0.00482
0.010	0.725	0.00725	0.00700
0.015	0.398	0.00597	0.00576
0.020	0.173	0.00346	0.00334
0.025	0.066	0.00165	0.00159
0.030	0.022	0.00066	0.00064
0.040	0.002	0.00008	0.00008
0.050	0.001	0.00005	0.00005
0.060	→ 0	→ 0	→ 0

i prikazana je slikom 1.2.



Slika 1.2: Kriva prosečnog izlaznog nivoa kvaliteta

d) Ukupan broj defektnih delova u svih 100 isporučenih serija delova pretpostavljenog ulaznog kvaliteta $p = 0.020$ dobijamo u sledećih nekoliko koraka:

- Obrazac za prosečni izlazni nivo kvaliteta u funkciji od p glasi:

$$P_{\text{pik}} = \left(1 - \frac{n}{N}\right) \cdot p \cdot L(p, n, c),$$

koji, kada se u njega unesu podaci iz postavke zadatka i sa slike 1, dobija oblik:

$$P_{\text{pik}}(p = 0.020) = \left(1 - \frac{350}{10000}\right) \cdot 0.020 \cdot L(0.020, 350, 4) = \left(1 - \frac{350}{10000}\right) \cdot 0.020 \cdot 0.173 = 0.00334.$$

- Verovatnoća $P_a = L(0.020, 350, 4) = 0.173 = 17.3\%$ pokazuje da će $0.173 \cdot 100 \approx 17$ serija biti prihvaćeno. Ostale 83 serije biće ispitane metodom stoprocentne kontrole, pri čemu se defektni delovi zamenjuju dobrim proizvodima.
- U isporuci od 100 serija posle procesa kontrole i zamene defektnih delova ispravnim delovima biće ukupno $P_{\text{pik}} = 0.00334 = 0.334\%$ defektnih delova.
- Pošto u 83 serije nema defektnih delova (stoprocentna kontrola), računam broj defektnih delova samo u $K = 17$ serija, koje su prihvaćene sistemom uzoraka:

$$N_d = K \cdot p \cdot (N - n) = 17 \cdot 0.020 \cdot (10000 - 350) = \mathbf{3281} \text{ delova.}$$

U praksi se javlja i sledeći slučaj (čak češće nego prethodno opisani), kada se unapred poznati α , β , p_α i p_β , a treba odrediti elemente plana prijema.

Tada se dobija sledeći sistem jednačina:

$$L(p_\alpha, n, c) = \sum_{k=0}^c \frac{(n \cdot p_\alpha)^k}{k!} \cdot e^{-n \cdot p_\alpha} = 1 - \alpha,$$

$$L(p_\beta, n, c) = \sum_{k=0}^c \frac{(n \cdot p_\beta)^k}{k!} \cdot e^{-n \cdot p_\beta} = \beta.$$

Ovaj sistem jednačina se rešava iterativnim postupkom (sukcesivnim približavanjem veličina n i c), ili pomoću tablica u kojima su proračunati n i c za različite vrednosti rizika i nivoa kvaliteta.

Na pomenutom principu su razvijeni i standardizovani brojni modeli planova prijema (jednostrukih, dvostrukih i sekvencijalnih), od kojih su najpoznatiji:

- američki vojni standard: MIL-STD-105 D,
- Dodž-Romingov sistem planova prijema,
- Filipsov sistem planova prijema, itd.

REFERENCE:

- UKP M1 – poglavlja 7.3.1 i 7.3.2,
- UKP M2 – poglavlje VI, zadatak 1.3.

2. Plan prijema za tolerisane numeričke karakteristike sa nepoznatom σ serije (5. sam. zadatak)

Zadati su:

- $\alpha \equiv$ rizik proizvođača;
- $\beta \equiv$ rizik kupca
- $p_1 = p_\alpha \equiv$ prihvatljivi nivo kvaliteta;
- $p_2 = p_\beta \equiv$ odbijajući nivo kvaliteta;
- $U \equiv$ gornja granična mera tolerisane karakteristike,
- $L \equiv$ donja granična mera tolerisane karakteristike.

Ovde se ne analizira procenat defektnih delova u uzorku, odnosno, ne uzima se on kao kriterijum prihvatanja, već statističke mere uzorka.

REFERENCE:

- UKP M1 – poglavlja 7.4.1 i 7.4.4,
- UKP M2 – poglavlje VI, zadatak 2.3.

Primer:

Postavka:

Na automatu se izrađuje osovina $\phi 45_{-0.1}^0$ [mm]. Za kontrolu date karakteristike kvaliteta se koristi plan prijema. Poznati su:

- rizik proizvođača: $\alpha = 4\%$,
- rizik kupca: $\beta = 6\%$,
- prihvatljivi nivo kvaliteta: $p_1 = 3\%$,
- odbijajući nivo kvaliteta: $p_2 = 5\%$.

Potrebno je formirati odgovarajući plan prijema.

Rešenje:

Na osnovu zadatih podataka:

- $\alpha = 4\% = 0.04$,
- $\beta = 6\% = 0.06$,
- $p_1 = 3\% = 0.03$, i
- $p_2 = 5\% = 0.05$,

a prema UKP M2, tab.II, str.238, dobijamo:

- $k_\alpha = \Phi^{-1}(0.5 - \alpha) = 1.75$,
- $k_\beta = \Phi^{-1}(0.5 - \beta) = 1.56$,
- $k_{p_1} = \Phi^{-1}(0.5 - p_1) = 1.88$, i
- $k_{p_2} = \Phi^{-1}(0.5 - p_2) = 1.65$.

Na taj način dobijamo potrebne podatke za izračunavanje **konstante prijema** (normalnog odstupanja):

$$k = \frac{k_\alpha \cdot k_{p_2} + k_\beta \cdot k_{p_1}}{k_\alpha + k_\beta} = \frac{1.75 \cdot 1.65 + 1.56 \cdot 1.88}{1.75 + 1.56} = 1.7584$$

i **broja elemenata u uzorku** (obim uzorka):

$$n = \left(\frac{k_\alpha + k_\beta}{k_{p_1} - k_{p_2}} \right)^2 \cdot \left(1 + \frac{k^2}{2} \right) = 527.29 \approx 528.$$

Napomena: obim uzorka zaokružujemo na prvi veći ceo broj.

Kriva operative karakteristike $P_a = f(p)$ se konstruiše na osnovu jednačina:

$$k_p = k - h \cdot k_{P_a}$$

gde je:

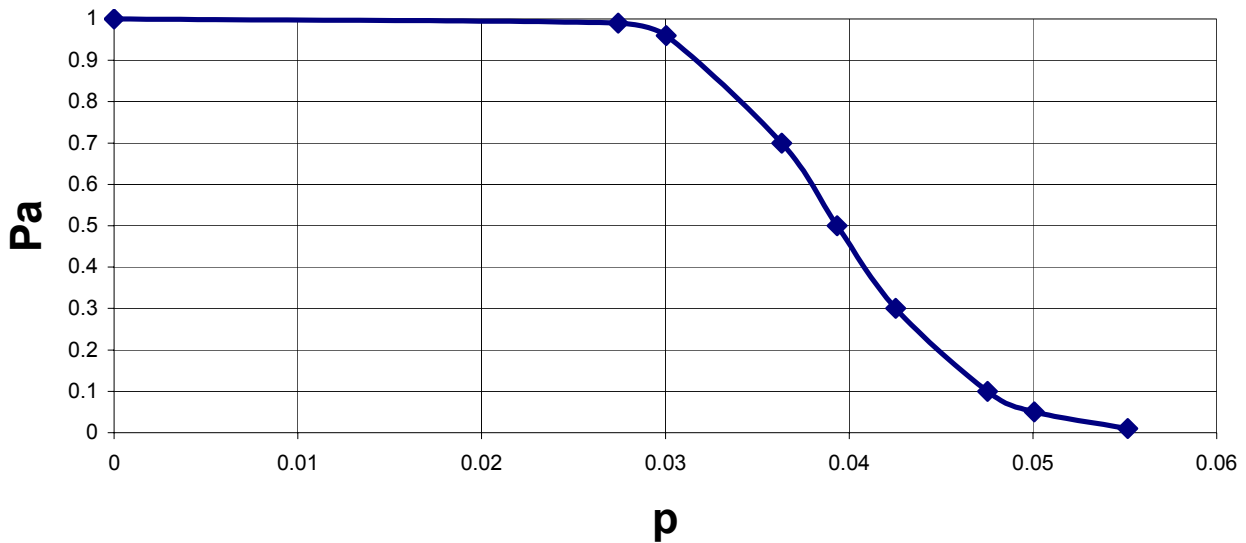
$$h = \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{k^2}{2 \cdot (n-1)}} = \sqrt{\frac{1}{528} + \frac{1.7584^2}{2 \cdot (528-1)}} = 0.0695.$$

Procenat defektnih delova u seriji (p) za različite verovatnoće (P_a) izračunava se pomoću tabele 1.1:

Tabela 2.1.

P_a	k_{P_a}	$h \cdot k_{P_a}$	$k_p = k - h \cdot k_{P_a}$	$p = 0.5 - \Phi(k_p)$
0.99	-2.3263	-0.1617	1.9201	0.0274
$0.96 = 1 - \alpha$	-1.7507	-0.1217	1.8801	0.0300
0.70	-0.5244	-0.0364	1.7948	0.0363
0.50	0.0000	0.0000	1.7584	0.0393
0.30	0.5244	0.0364	1.7220	0.0425
0.10	1.2816	0.0891	1.6693	0.0475
$0.06 = \beta$	1.5548	0.1081	1.6503	0.0494
0.01	2.3263	0.1617	1.5967	0.0552

Na osnovu podataka iz tabele 2.1 konstruišemo krivu operativne karakteristike plana prijema, prikazanu slikom 2.1.



Slika 2.1: Kriva operativne karakteristike plana prijema
k=1.7584 i n=528

Oblast prihvatanja serije određena je graficima:

$$\bar{x} + 1.7584 \cdot s \leq U = 45 \text{ [mm]} \text{ i}$$

$$\bar{x} - 1.7584 \cdot s \geq L = 44.9 \text{ [mm]},$$

gde su:

- U ≡ gornja (upper) granična mera tolerisane karakteristike,
- L ≡ donja (lower) granična mera tolerisane karakteristike,
- \bar{x} ≡ aritmetička sredina uzorka (ocena nepoznate aritmetičke sredine serije), i
- s ≡ ocena nepoznate standardne devijacije serije.

Oblast prihvatanja može se grafički prikazati, ako se njene jednačine predstave u obliku:

$$s \leq \frac{45}{1.7584} - \frac{\bar{x}}{1.7584}$$

$$s \leq \frac{\bar{x}}{1.7584} - \frac{44.9}{1.7584}$$

odnosno:

$$s \leq 25.5914 - 0.5687 \cdot \bar{x}$$

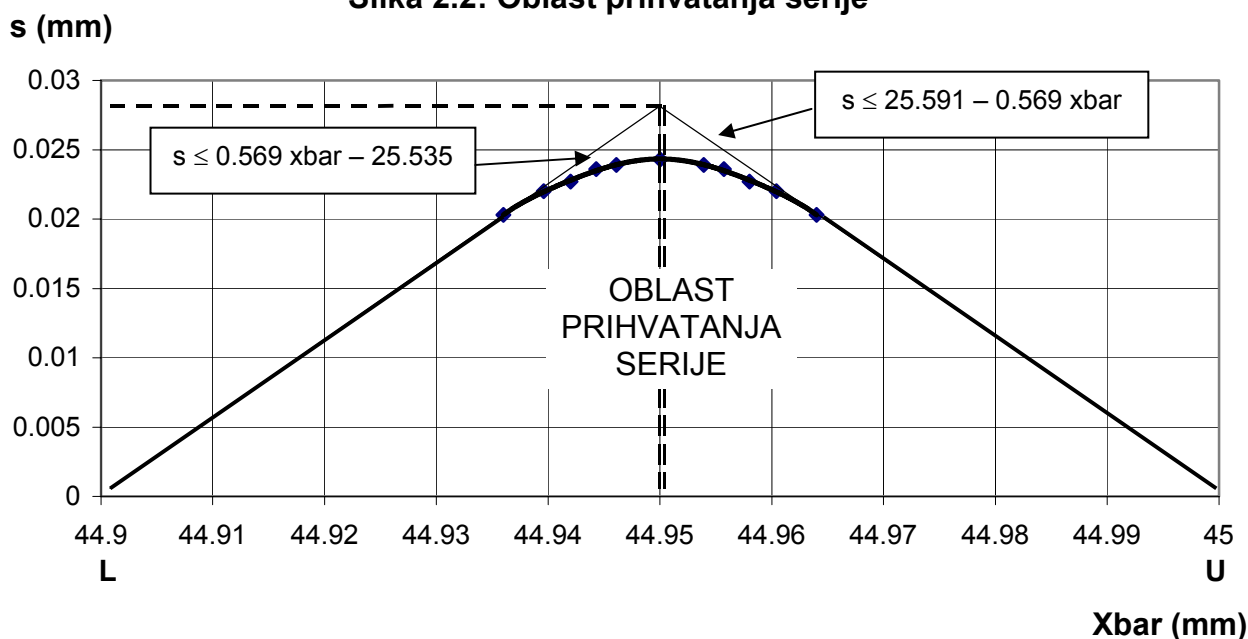
$$s \leq 0.5687 \cdot \bar{x} - 25.5346$$

Grafici ovih uslova ili **granice prihvatanja** prikazane su na slici 2.2, na kojoj se vidi da oba grafika imaju zajedničku opštu tačku čije su koordinate:

$$\bar{x} = \frac{1}{2} \cdot (L + U) = \frac{1}{2} \cdot (44.9 + 45) = 44.95 \text{ mm i}$$

$$s = 0.0284 \text{ mm.}$$

Slika 2.2: Oblast prihvatanja serije



Data serija će biti prihvaćena samo ako odgovarajuća tačka uzorka (x_{bar}, s) padne u oblast prihvatanja, koja se nalazi između grafika i apscisne ose. U slučaju da ova tačka padne izvan ove oblasti, serija se odbija.

Dopuna granica oblasti prihvatanja, izvodi se uvođenjem treće definicione jednačine plana prijema tolerisanih numeričkih karakteristika sa nepoznatom varijansom serije, koja glasi:

$$s \leq \frac{U-L}{\max(k_{p'_k} + k_{p''_k})}$$

Najpre određujemo veličinu k_p koja odgovara verovatnoći $P_a = 0.50$, na sledeći način:

$$P_a = 0.5 \Rightarrow k_{P_a} = 0 \Rightarrow k_p = k - h \cdot k_{P_a} = 1.7584 \Rightarrow p_k = 0.5 - \Phi(k_p) = 0.0393.$$

Veličinu $p_k = 0.0393$ treba u nekoliko kombinacija podeliti na dva dela (p'_k i p''_k), ali tako da u svakoj kombinaciji bude: $p'_k + p''_k = p_k$ i $p'_k \leq p''_k$.

Proračun dopunskih podataka potrebnih za crtanje grafika oblasti prihvatanja serije dat je tabelom 1.2.

Tabela 1.2.

p'_k	p''_k	k'_{p_k}	k''_{p_k}	$k'_{p_k} - k''_{p_k}$	$k'_{p_k} + k''_{p_k}$	[5]:[6]	$b \times [7]$	\bar{x}		s
								c-[8]	c+[8]	
[1]	[2]	[3]	[4]	[5]	[6]	[7]	[8]	[9]	[10]	[11]
0.0196	0.0197	2.06	2.058	0	4.116	0	0	44.9500	44.9500	0.0243
0.0120	0.0273	2.25	1.926	0.324	4.176	0.0776	0.0039	44.9461	44.9539	0.0239
0.0090	0.0303	2.36	1.876	0.484	4.236	0.1143	0.0057	44.9443	44.9557	0.0236
0.0050	0.0343	2.58	1.823	0.704	4.403	0.1599	0.0080	44.9420	44.9580	0.0227
0.0030	0.0363	2.74	1.798	0.942	4.538	0.2076	0.0104	44.9396	44.9604	0.0220
0.0010	0.0383	3.16	1.773	1.383	4.929	0.2806	0.0140	44.9360	44.9640	0.0203

Napomena: $a = U - L = 0.1$; $b = (U - L)/2 = 0.05$; $c = (U + L)/2 = 44.95$

Dopunom granica oblasti prihvatanja serije u potpunosti je definisan plan prijema date serije.