

Četvrta auditorna vežba iz Upravljanja kvalitetom proizvoda 1

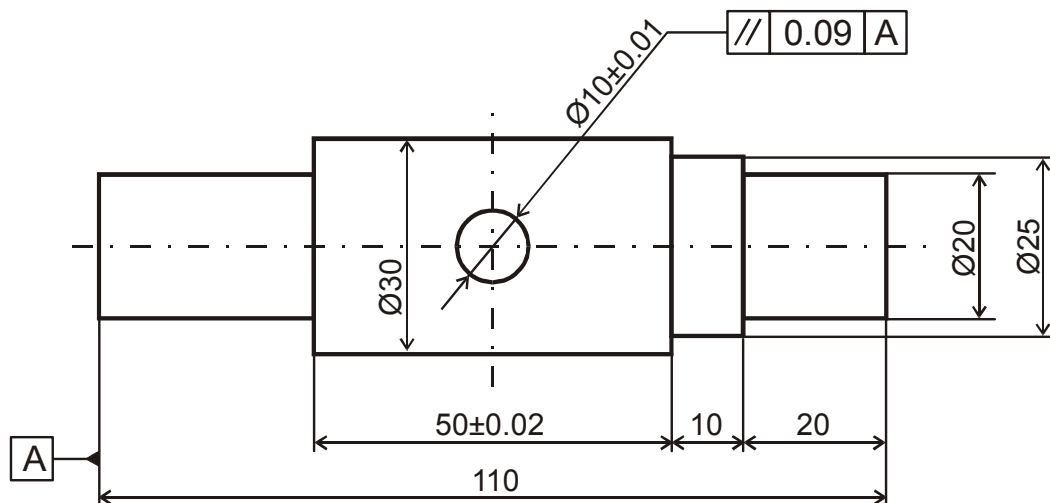
MERNI LANCI

(preporuke za izradu 6. samostalnog zadatka)

Primer 1.

Tekst:

Za deo prikazan na slici odrediti srednje vrednosti tolerancije sastavnih članova mernog lanca dobijenih metodama potpune i nepotpune zamenljivosti. Zadata je mera 50 ± 0.020 mm. Nominalne vrednosti ostalih članova lanca date su na slici. Primeniti postupak jednakih tolerancija. Kod metode nepotpune zamenljivosti stepen zamenljivosti je 98.76%, vrednosti mere završnog člana raspoređuju se po zakonu normalnog rasporeda, a sastavnih članova po Simpsonovom rasporedu. Koja od ponuđenih metoda (potpune ili nepotpune zamenljivosti) obezbeđuje niže troškove obrade?



Slika 1.

Rešenje:

Na osnovu teksta zadatka zaključujemo (slika 2.):

- zbog zadate tolerancije paralelnosti ose otvora sa poprečnom površinom, njihovo rastojanje predstavlja funkcionalnu meru A_{Δ} ,
- zadata širina tolerancijskog polja završnog člana: $\delta_{\Delta} = 0.09$ mm,
- uvećavajući član: $A_1 = 110$ mm,
- umanjujući članovi:
 - $A_2 = 20$ mm,
 - $A_3 = 10$ mm,
 - $A_4 = 50 \pm 0.020$ mm,
- broj članova mernog lanca: $m = 5$,
- broj sastavnih članova sa zadatom širinom tolerancijskog polja: $r = 1$,
- širina tolerancijskog polja sastavnog člana sa zadatom širinom tolerancijskog polja A_4 :

$$\delta_4 = A_{4g} - A_{4d} = 50.020 - 49.980 = 0.040 \text{ mm},$$
- nominalna vrednost završnog člana A_{Δ} :

$$A_{\Delta} = A_1 - A_2 - A_3 - \frac{A_4}{2} = 110 - 20 - 10 - 25 = 55 \text{ mm},$$

- prenosni odnosi sastavnih članova:

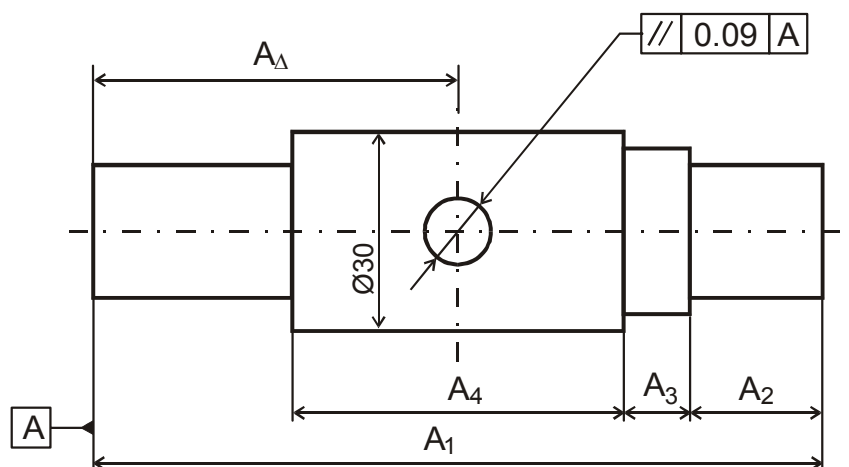
$$a_1 = 1, a_2 = a_3 = -1, a_4 = -\frac{1}{2}.$$

NAPOMENE:

1. Uvećavajući su oni sastavni članovi čijim se povećanjem uvećava i završna mera;
2. Umanjujući su oni članovi čijim se uvećanjem smanjuje završna mera;
3. Merni lanac zatvaramo najkraćim putem, tako da sadrži minimalan broj sastavnih članova,
4. Prenosni odnosi se dobijaju pomoću sledeće formule:

$$a_i = \frac{\partial A_\Delta}{\partial A_i} = \cos \langle \bar{A}_\Delta, \bar{A}_i \rangle,$$

5. Ukoliko se deli neki sastavni član, deli se i širina njegovog tolerancijskog polja, kao i njegov prenosni odnos i to istim deliocem.



Slika 2.

a) Metoda potpune zamenljivosti

Srednja vrednost tolerancije sastavnih članova, prema *metodi potpune zamenljivosti i postupku jednakih tolerancija*, izračunava se prema formuli:

$$\delta_s^{(pz)} = \frac{\delta_\Delta - \delta_4}{m - r - 1} = \frac{0.09 - 0.04}{5 - 1 - 1} = \frac{0.07}{3} \Rightarrow \delta_s^{(pz)} = 0.0233 \text{ mm.}$$

Ova vrednost se ne odnosi jedino na sastavni član A₄, jer je njena tolerancija zadata tekстом zadatka, pa napokon dobijamo:

$$\delta_1 = \delta_2 = \delta_3 = \delta_s^{(pz)} = 0.0233 \text{ mm, } \delta_4 = 0.04 \text{ mm.}$$

b) Metoda nepotpune zamenljivosti

Prema tekstu zadatka stepen zamenljivosti iznosi:

$$P = 98.76\%,$$

što znači da faktor rizika iznosi:

$$q = 1 - P = 1 - 0.9876 = 0.0124 = 1.24\%.$$

Na osnovu te vrednosti faktora rizika, prema OTML¹, tab.2, str.65, nalazimo vrednost parametra Gausove raspodele:

$$t = 2.5.$$

¹ OTML – Osnovi teorije mernih lanaca, Joko Stanić, Mašinski fakultet, Beograd, 1990.

Vrednosti koeficijenta relativnog rasturanja k_i dobijaju se:

- za završni član, prema obrascu:

$$k_{\Delta} = \frac{3}{t} = \frac{3}{2.5} = 1.2,$$

zato što je vrednost δ_{Δ} unapred zadata (v. OTML, str.83),

- za sastavne članove, prema OTML, tab.3, str.73, za Simpsonov raspored:

$$k_1 = k_2 = k_3 = k_4 = 1.22.$$

Srednja vrednost tolerancije sastavnih članova, prema *metodi nepotpune zamenljivosti i postupku jednakih tolerancija*, izračunava se prema formuli:

$$\delta_s^{(nz)} = \frac{\sqrt{\delta_{\Delta}^2 \cdot k_{\Delta}^2 - \sum_{i=1}^r (a_i^2 \cdot k_i^2 \cdot \delta_i^2)}}{\sqrt{\sum_{i=1}^{m-r-1} a_i^2 \cdot k_i^2}} = \frac{\sqrt{\delta_{\Delta}^2 \cdot k_{\Delta}^2 - a_4^2 \cdot k_4^2 \cdot \delta_4^2}}{\sqrt{a_1^2 \cdot k_1^2 + a_2^2 \cdot k_2^2 + a_3^2 \cdot k_3^2}} \Rightarrow \dots \Rightarrow \delta_s^{(nz)} = 0.0498 \text{ mm}.$$

Ovde takođe dajemo napomenu da se dobijena vrednost srednje tolerancije sastavnih članova ne odnosi na sastavni član A_4 , jer je njegova tolerancija zadata tekstem zadatka, pa napokon dobijamo:

$$\delta_1 = \delta_2 = \delta_3 = \delta_s^{(nz)} = 0.0498 \text{ mm}, \quad \delta_4 = 0.04 \text{ mm}.$$

KOMENTAR: Srednja vrednost tolerancije sastavnih članova po metodi apsolutne (potpune) zamenljivosti ($\delta_s^{(pz)}$) je dosta manja od srednje vrednosti tolerancija sastavnih članova po metodi nepotpune zamenljivosti ($\delta_s^{(nz)}$), što veoma poskupljuje troškove obrade, pa je pri zadatom faktoru rizika $q = 1.24 \%$ ekonomski više opravdano projektovati merni lanac metodom nepotpune zamenljivosti.

Primer 2.

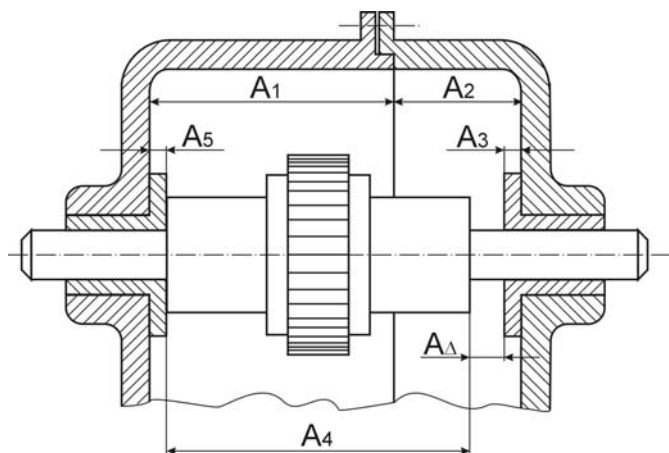
Tekst:

Na delu prikazanom na slici 3 (mehanizam menjačke kutije), dimenzionisan je merni lanac. Kroz ranije eksperimentalne analize datog tehnološkog procesa utvrđeni su zakoni rasporeda mera sastavnih članova i , zajedno sa propisanim graničnim odstupanjima, dati u tabeli 1.

Tabela 1.

i	1	2	3	4	5
A_i [mm]	90 ± 0.300	$51 - 0.200$	$5 - 0.050$	$130 + 0.100$	$5 - 0.050$
α_i	0	0	0.19	0	-0.16
k_i	1.21	1	1.03	1.1	1.21

- Odrediti meru A_{Δ} metodom potpune zamenljivosti, empirijskim postupkom.
- Pomoću metode nepotpune zamenljivosti odrediti meru A_{Δ} .
- Za podatke iz prethodne tačke i novu zadatu toleranciju $\delta_{\Delta} = 0.54 \text{ mm}$ odrediti stepen zamenljivosti, odnosno faktor rizika koji odgovara zadatoj toleranciji završnog člana mernog lanca.



Slika 3.

Rešenje:**a) Metod apsolutne (potpune) zamenljivosti, empirijski postupak**

Nominalnu vrednost završnog člana mernog lanca sa slike 3, prema metodu apsolutne zamenljivosti i empirijskim postupkom određujemo na sledeći način:

$$A_{\Delta} = (A_1 + A_2) - (A_3 + A_4 + A_5) = (90 + 51) - (5 + 130 + 5) = 1 \text{ mm},$$

gornju graničnu meru dobijamo prema:

$$A_{\Delta g} = (A_{1g} + A_{2g}) - (A_{3d} + A_{4d} + A_{5d}) = (90.3 + 51) - (4.95 + 130 + 4.95) = 1.4 \text{ mm},$$

a donju prema:

$$A_{\Delta d} = (A_{1d} + A_{2d}) - (A_{3g} + A_{4g} + A_{5g}) = (89.7 + 50.8) - (5 + 130.1 + 5) = 0.4 \text{ mm}.$$

Širinu tolerancijskog polja završnog člana možemo odrediti na dva načina:

- preko najvećih dozvoljenih vrednosti:

$$\delta_{\Delta} = T_{\Delta} = A_{\Delta g} - A_{\Delta d} = 1.4 - 0.4 = 1 \text{ mm},$$

- ili preko najvećih dozvoljenih odstupanja (ϵ_{gi} , ϵ_{di}), odnosno širina tolerancijskih polja sastavnih članova (δ_i), uz pomoć tabele 2:

$$\delta_{\Delta} = \sum_{i=1}^5 \delta_i = \sum_{i=1}^5 (\epsilon_{gi} - \epsilon_{di}) = 1 \text{ mm}.$$

Tabela 2.				
i	A_i [mm]	ϵ_{gi}	ϵ_{di}	δ_i
1	90±0.300	0.300	-0.300	0.600
2	51-0.200	0	-0.200	0.200
3	5-0.050	0	-0.050	0.050
4	130+0.100	0.100	0	0.100
5	5-0.050	0	-0.050	0.050
Δ	$1^{+0.4}_{-0.6}$	0.4	-0.6	1

b) Metod nepotpune zamenljivosti, empirijski postupak

Srednju vrednost završnog člana određujemo prema obrascu:

$$A_{\Delta s} = \sum_{i=1}^n \left(A_{si} + \alpha_i \frac{\delta_i}{2} \right) - \sum_{i=n+1}^{m-1} \left(A_{si} + \alpha_i \frac{\delta_i}{2} \right),$$

gde je m ukupan broj članova mernog lanca, uključujući i završni član, a n broj uvećavajućih članova mernog lanca (v. sliku 4).

srednja vrednost završnog člana
uvećavajući sastavni članovi
umanjujući sastavni članovi

$$\left(A_{\Delta s} \right) = \left(\sum_{i=1}^n \left(A_{si} + \alpha_i \frac{\delta_i}{2} \right) \right) - \left(\sum_{i=n+1}^{m-1} \left(A_{si} + \alpha_i \frac{\delta_i}{2} \right) \right)$$

Slika 4.

Potrebne vrednosti za primenu prethodno navedenog obrasca izračunavamo pomoću tabele 3:

Tabela 3.						
i	A_i [mm]	ϵ_{gi}	ϵ_{di}	$A_{si} = A_i + (\epsilon_{gi} + \epsilon_{di})/2$	α_i	δ_i
1	90±0.300	0.300	-0.300	90	0	0.600
2	51-0.200	0	-0.200	50.9	0	0.200
3	5-0.050	0	-0.050	4.975	0.19	0.050
4	130+0.100	0.100	0	130.05	0	0.100
5	5-0.050	0	-0.050	4.975	-0.16	0.050

pa napokon dobijamo:

$$A_{\Delta s} = \sum_{i=1}^n \left(A_{si} + \alpha_i \frac{\delta_i}{2} \right) - \sum_{i=n+1}^{m-1} \left(A_{si} + \alpha_i \frac{\delta_i}{2} \right) =$$

$$= \left\{ \left(90 + 0 \cdot \frac{0.6}{2} \right) + \left(50.9 + 0 \cdot \frac{0.2}{2} \right) \right\} - \left\{ \left(4.975 + 0.19 \cdot \frac{0.05}{2} \right) + \left(130.05 + 0 \cdot \frac{0.1}{2} \right) + \left(4.975 - 0.16 \cdot \frac{0.05}{2} \right) \right\} \Rightarrow$$

$$A_{\Delta s} = 0.899 \text{ mm.}$$

Širinu tolerancijskog polja završnog člana dobijamo prema obrascu:

$$\delta_{\Delta} = \frac{1}{k_{\Delta}} \sqrt{\sum_{i=1}^{m-1} k_i \cdot \delta_i} = 0.765 \text{ mm.}$$

U prethodnom obrascu, uzeli smo da je $k_{\Delta} = 1$ (kao da se radi o normalnom rasporedu), pošto, prema centralnoj graničnoj teoremi, raspored završnog člana teži normalnom ako u mernom lancu postoji dovoljno veliki broj članova (bez obzira na to po kom se zakonu raspodeljuju) i ako su međusobno nezavisni.

Nominalnu vrednost završnog člana dobijamo na isti način kao i kod metoda potpune zamenljivosti:

$$A_{\Delta} = (A_1 + A_2) - (A_3 + A_4 + A_5) = (90 + 51) - (5 + 130 + 5) = 1 \text{ mm.}$$

Ekstremne dozvoljene vrednosti dobijamo iz obrasca:

$$A_{\Delta} = A_{\Delta s} \pm \frac{1}{2} \cdot \delta_{\Delta} = 0.899 \pm \frac{1}{2} \cdot 0.765,$$

odakle slede:

- najveća dozvoljena vrednost završnog člana:

$$A_{\Delta g} = 1.282 \text{ mm,}$$

- najmanja dozvoljena vrednost završnog člana:

$$A_{\Delta d} = 0.517 \text{ mm,}$$

odnosno:

- gornje granično odstupanje završnog člana:

$$\epsilon_{\Delta g} = A_{\Delta g} - A_{\Delta} = 1.282 - 1 \text{ mm} = 0.282 \text{ mm,}$$

- donje granično odstupanje završnog člana:

$$\epsilon_{\Delta d} = A_{\Delta d} - A_{\Delta} = 0.517 - 1 \text{ mm} = -0.483 \text{ mm.}$$

Prema tome, završni član razmatranog mernog lanca, prema metodi nepotpune zamenljivosti i empirijskom postupku, glasi:

$$A_{\Delta + \epsilon_d}^{+ \epsilon_g} = 1_{-0.483}^{+0.282} \text{ mm.}$$

c) Određivanje stepena zamenljivosti i faktora rizika, za novu zadatu toleranciju završnog člana

Nova zadata vrednost intervala tolerancije završnog člana iznosi: $\delta_{\Delta} = 0.54$ mm.

Parametar Laplasove funkcije koji odgovara toj vrednosti, određujemo preko sledećeg obrasca:

$$t = 3 \cdot \frac{\delta_{\Delta}^{\text{nova}}}{\sqrt{\sum_{i=1}^{m-1} k_i^2 \cdot \delta_i^2}} = 2.118,$$

a na osnovu njega, interpolacijom, pomoću tab. 2, OTML, str.65, nalazimo:

- faktor rizika:

$$q = 3.43 \%,$$

- odn., stepen zamenljivosti:

$$P = 1 - q = 96.57 \%.$$

Napomena: umesto tablice 2, OTML, str.65, mogu se koristiti i tablica1, UKP M1, str.372 i tablica 3, UKP M2, str.239, pri čemu treba voditi računa da je:

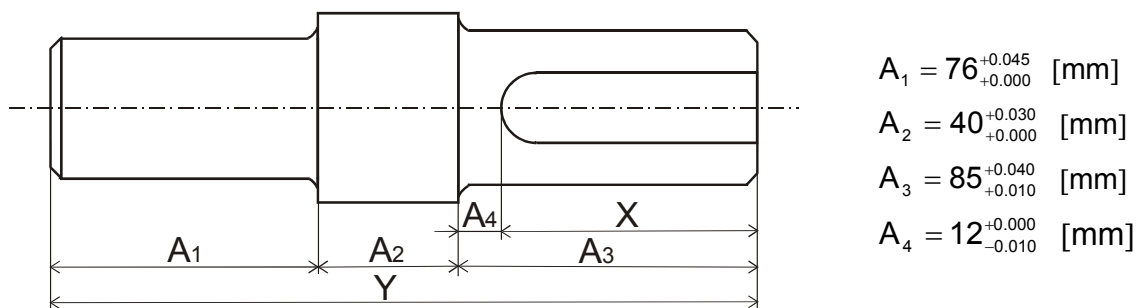
$$P = 1 - 2\Phi(t).$$

Primer 3.

Tekst:

Za dati mašinski deo potrebno je utvrditi:

- Nominalnu vrednost i veličinu tolerancijskog polja za veličinu X;
- Nominalnu vrednost i veličinu tolerancijskog polja za veličinu Y, ako se uzme da je dimenzija A_1 završni član lanca; ukoliko se dobije nelogičan rezultat, korigovati vrednosti sastavnih članova postupkom jednakih tolerancija; i
- Utvrditi potreban kvalitet obrade za veličinu X na bazi srednjeg broja jedinica tolerancija (postupak jednakih kvaliteta).



Rešenje:

a) Proračun završnog člana X

Nominalna vrednost završnog člana mernog lanca (merni lanac zatvaramo najkraćim putem):

$$X = A_3 - A_4 = 85 - 12 = 73 \text{ mm.}$$

Gornja granična mera iznosi:

$$X_g = A_{3g} - A_{4d} = 85 + 0.040 - (12 - 0.010) = 73.050 \text{ mm.}$$

Donja granična mera iznosi:

$$X_d = A_{3d} - A_{4g} = 85 + 0.010 - (12 + 0.000) = 73.010 \text{ mm.}$$

Širina tolerancijskog polja završnog člana X iznosi:

$$T = X_g - X_d = 73.050 - 73.010 = 0.040 \text{ mm.}$$

b) Proračun sastavnog člana Y

Najpre postavljamo jednačine tako da nam zadati završni član A_1 bude na jednoj strani jednačine, a svi drugi članovi mernog lanca na drugoj strani jednačine, pri čemu od uvećavajućih oduzimamo umanjujuće članove mernog lanca. Potom, iz tih jednačina izražavamo odgovarajuće vrednosti nominalne i gornje i donje granične mere sastavnog člana Y.

$$A_1 = Y - A_2 - A_3 \Rightarrow Y = A_2 + A_3 + A_1 = 76 + 40 + 85 = 201 \text{ mm.}$$

$$A_{1g} = Y_g - A_{2d} - A_{3d} \Rightarrow Y_g = A_{2d} + A_{3d} + A_{1g} = 76.045 + 40 + 85.010 = 201.055 \text{ mm.}$$

$$A_{1d} = Y_d - A_{2g} - A_{3g} \Rightarrow Y_d = A_{2g} + A_{3g} + A_{1d} = 76 + 40.030 + 85.040 = 201.070 \text{ mm.}$$

Pošto smo dobili nelogičan rezultat (donja granična mera za Y je veća od gornje), prema preporuci u tekstu zadatka korigujemo vrednosti tolerancijskih polja sastavnih članova mernog lanca postupkom jednakih tolerancija:

- završni član mernog lanca:

$$A_{\Delta+\varepsilon_{\Delta g}}^{+\varepsilon_{\Delta g}} = A_1 = 76_{+0}^{+0.045} \text{ mm,}$$

- širina tolerancijskog polja završnog člana mernog lanca:

$$\delta_{\Delta} = \varepsilon_{\Delta g} - \varepsilon_{\Delta d} = 0.045 - 0 = 0.045 \text{ mm,}$$

- ukupan broj članova mernog lanca:

$$m = 4;$$

- širina tolerancijskog polja sastavnih članova prema postupku jednakih tolerancija i metodu potpune zamenljivosti:

$$\delta_s = \frac{\delta_{\Delta}}{m-1} = \frac{0.045}{4-1} = 0.015 \text{ mm.}$$

Sada smo, dakle, odredili nominalnu vrednost nepoznatog sastavnog člana:

$$Y = 201 \text{ mm,}$$

kao i širinu njegovog intervala tolerancije:

$$T_Y = \delta_s = 0.015 \text{ mm.}$$

Konkretne vrednosti odstupanja sastavnih članova dobijamo iz sledećeg sistema od 3 jednačine:

$$\varepsilon_{1g} = \varepsilon_{Yg} - \varepsilon_{2d} - \varepsilon_{3d} = 0.045 \quad (1)$$

$$\varepsilon_{1d} = \varepsilon_{Yd} - \varepsilon_{2g} - \varepsilon_{3g} = 0 \quad (2)$$

$$\varepsilon_{Yg} - \varepsilon_{Yd} = \varepsilon_{2g} - \varepsilon_{2d} = \varepsilon_{3g} - \varepsilon_{3d} = 0.015 \quad (3)$$

pri čemu je očigledno da imamo tri jednačine manje nego što nam je potrebno, pošto imamo šest nepoznatih. Uvođenjem dodatnog uslova da nam u svakom sastavnom članu jedno od odstupanja bude jednako nuli i uočavanjem da to automatski sledi iz trivijalnog rešenja jednačine (2), dobijamo:

$$\varepsilon_{Yd} = \varepsilon_{2g} = \varepsilon_{3g} = 0 \Rightarrow \varepsilon_{Yg} = 0.015 \text{ mm, } \varepsilon_{2d} = -0.015 \text{ mm, } \varepsilon_{3d} = -0.015 \text{ mm.}$$

c) Postupak jednakih kvaliteta

Na osnovu rezultata dobijenih u delu zadatka pod a), zaključujemo da širina tolerancijskog polja završnog člana X iznosi: $\delta_{\Delta} = \delta_X = 0.040 \text{ mm} = 40 \mu\text{m}$.

Srednji broj jedinica tolerancije za karakteristiku X nalazimo prema sledećem obrascu:

$$\alpha_s(X) = \frac{\delta_{\Delta}}{\sum_{i=1}^{m-1} (0.45 \cdot \sqrt[3]{A_{si}} + 0.001 \cdot A_{si})} = \frac{40}{2.2 + 1.1} = 12.2,$$

za A_3

za A_4

ML, sl.22, str.47
(na osnovu veličine odgovarajućeg sastavnog člana)

na osnovu čega zaključujemo da kvalitet mora biti finiji od N8.