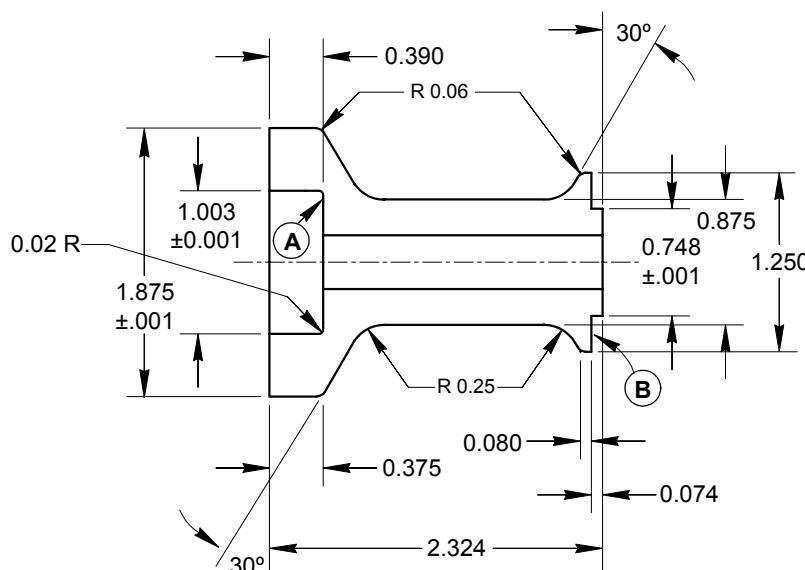


PISMENI ISPIT

1. U jednoj fabriči je izvršena kontrola karakteristika kvaliteta nekog obradnog procesa na jednomesečnom obimu proizvodnje. Svakog radnog dana je izvučen po jedan uzorak prosečne veličine od 1500 komada. Na kraju meseca nacrtane su kontrolne p-karte, na osnovu kojih je utvrđeno da je protekli proces u celini bio stabilan i tačan, a da je prosečna vrednost procenta defektnih delova u tim uzorcima iznosila 4.213%. Sa kojom se verovatnoćom može smatrati istinitom pretpostavka da u čitavoj seriji delova napravljenih tog meseca nema više od 5% defektnih delova?
2. Na automatu se izrađuje čivija $\varnothing 6-0.1$ [mm]. Za kontrolu date karakteristike kvaliteta koristi se plan prijema. Poznati su:
 - rizik proizvođača: 4%,
 - rizik kupca: 7%,
 - prihvatljivi nivo kvaliteta: 2%, i
 - odbijajući nivo kvaliteta: 5%.
 Radi uštete vremena, kontrolori su odlučili da se treća definiciona jednačina plana prijema aproksimira funkcijom $s \leq 0.02$ mm.
 - (a) Koliki je obim uzorka za ovaj plan prijema?
 - (b) Da li se pomoću ovog plana prijema može prihvati serija čiji uzorak ima aritmetičku sredinu 5.923 mm i disperziju 0.015 mm?
3. Kalem, prikazan na slici 1, namotava se na specijalnoj mašini, čije ručice naležu na površine A i B. Ispravan proces namotavanja obezbeđen je ako maksimalno odstupanje od idealne paralelnosti ovih dveju površina ne pređe 0.01 mm. Tehnološki postupak izrade upuštenja A daje maksimalnu tačnost $\pm 3\mu m$. Potrebno je odrediti širine toleransijskih polja ostalih članova mernog lanca, metodom apsolutne zamenljivosti, korišćenjem postupka jednakih tolerancija.



Slika 1: Kalem

PRVA I DRUGA GRUPA - REŠENJA**1. ZADATAK**

Potrebno je izračunati verovatnoću da u čitavoj seriji delova izrađenoj tog meseca neće biti više od 5 % defektnih delova. Pošto se ovde radi o dvoslojnem skupu (u njemu postoje samo ispravni i defektni delovi), koristimo odgovarajući obrazac za ocenu standardne devijacije osnovnog skupa:

$$s_p = \sqrt{\frac{p_r \cdot (100 - p_r)}{n}} = \sqrt{\frac{4.213 \cdot (100 - 4.213)}{1500}} = 0.519 \%,$$

gde veličina p_r predstavlja reprezentativnu (prosečnu) vrednost procenta defektnih delova za stabilan i tačan protekli proces (ova veličina jednaka je vrednosti centralne linije kod p-karte).

Tražena verovatnoća se izračunava iz sledećeg sistema jednačina:

$$P(p_o < 5\%) = 0.5 + \phi(t), \text{ i}$$

$$p_r + t \cdot s_p = 5\%.$$

Iz druge jednačine dobijamo:

$$4.213 + t \cdot 0.519 = 5$$

$$t = \frac{5 - 4.213}{0.519} = 1.516$$

Kad dobijenu vrednost parametra t unesemo u prvi uslov, dobijamo:

$$P(p_o < 5\%) = 0.5 + \phi(t) = 0.5 + \phi(1.516) = 0.5 + 0.4347 = 0.9347.$$

Dakle, tražena verovatnoća iznosi 93.47 %.

2. ZADATAK

Na osnovu zadatih podataka:

- $\alpha = 4\% = 0.04$,
- $\beta = 7\% = 0.07$,
- $p_1 = 2\% = 0.02$, i
- $p_2 = 5\% = 0.05$,

a prema UKP M2, tab.II, str.342, dobijamo:

- $k_\alpha = \Phi^{-1}(0.5 - \alpha) = \Phi^{-1}(0.46) = 1.751$,
- $k_\beta = \Phi^{-1}(0.5 - \beta) = \Phi^{-1}(0.43) = 1.476$,
- $k_{p_1} = \Phi^{-1}(0.5 - p_1) = \Phi^{-1}(0.48) = 2.054$, i
- $k_{p_2} = \Phi^{-1}(0.5 - p_2) = \Phi^{-1}(0.45) = 1.645$.

Na taj način dobijamo potrebne podatke za izračunavanje **konstante prijema** (normalnog odstupanja):

$$k = \frac{k_\alpha \cdot k_{p_2} + k_\beta \cdot k_{p_1}}{k_\alpha + k_\beta} = \frac{1.751 \cdot 1.645 + 1.476 \cdot 2.054}{1.751 + 1.476} = 1.832$$

i **broja elemenata u uzorku** (obim uzorka):

$$n = \left(\frac{k_\alpha + k_\beta}{k_{p_1} - k_{p_2}} \right)^2 \cdot \left(1 + \frac{k^2}{2} \right) = \left(\frac{1.751 + 1.476}{2.054 - 1.645} \right)^2 \cdot \left(1 + \frac{1.832^2}{2} \right) = 166.72 \approx 167.$$

Napomena: obim uzorka zaokružujemo na prvi veći ceo broj.

U zadatku se ne traži pa ne crtamo krivu operativne karakteristike plana prijema.

Oblast prihvatanja serije određena je graficima:

$$\bar{x} + k \cdot s \leq U = 45 \text{ [mm]},$$

$$\bar{x} - k \cdot s \geq L = 44.9 \text{ [mm]} \text{ i, prema uslovima zadatka:}$$

$$s \leq 0.02 \text{ mm}.$$

gde su:

- $U \equiv$ gornja (upper) granična mera tolerisane karakteristike,
- $L \equiv$ donja (lower) granična mera tolerisane karakteristike,
- $\bar{x} \equiv$ aritmetička sredina uzorka (ocena nepoznate aritmetičke sredine serije),
- $s \equiv$ ocena nepoznate standardne devijacije serije, i
- $k \equiv$ konstanta prijema.

Oblast prihvatanja može se grafički prikazati, ako se njene jednačine predstave u obliku:

$$s \leq \frac{6}{1.832} - \frac{\bar{x}}{1.832}, \quad s \leq \frac{\bar{x}}{1.832} - \frac{5.9}{1.832}, \quad s \leq 0.02 \text{ mm}$$

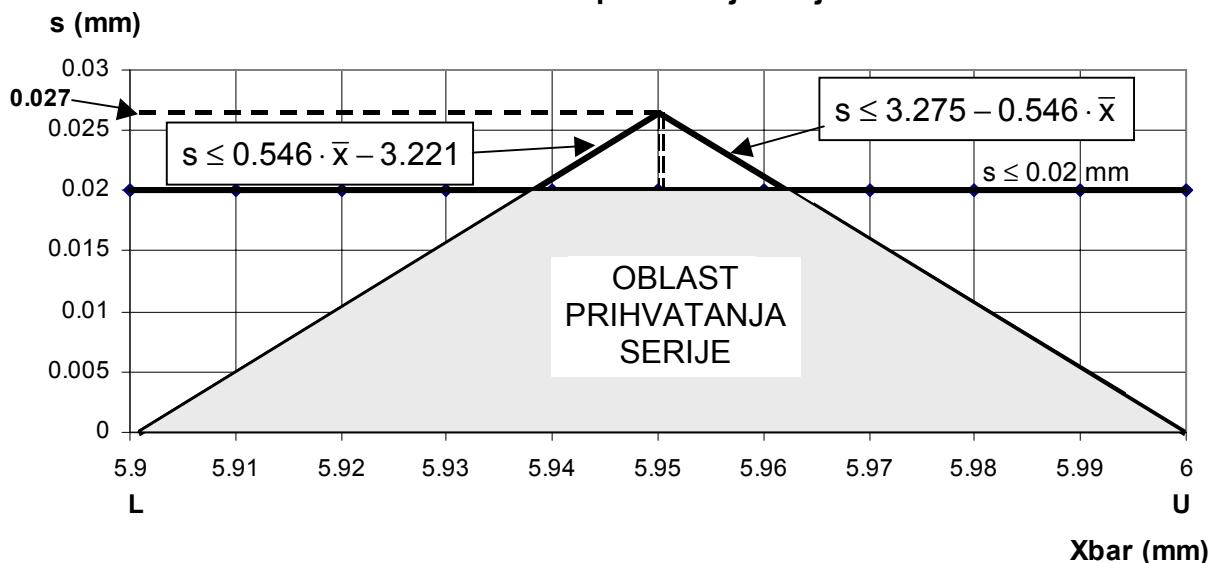
odnosno:

$$s \leq 3.275 - 0.546 \cdot \bar{x}, \quad s \leq 0.546 \cdot \bar{x} - 3.221, \quad s \leq 0.02 \text{ mm}$$

Grafički ovih uslova ili **granice prihvatanja** prikazane su na slici 2, na kojoj se vidi da oba grafika imaju zajedničku opštu tačku čije su koordinate:

$$\bar{x} = \frac{1}{2} \cdot (L + U) = \frac{1}{2} \cdot (5.9 + 6) = 5.95 \text{ mm} \text{ i } s = 0.027 \text{ mm}.$$

Slika 2: Oblast prihvatanja serije



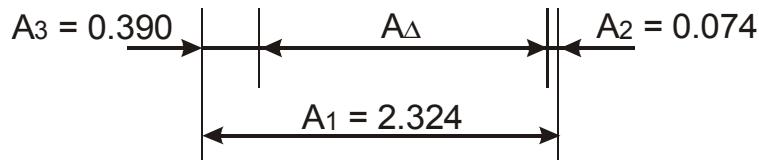
Data serija će biti prihvaćena samo ako odgovarajuća tačka uzorka ($x_{\bar{x}}, s$) padne u oblast prihvatanja, koja se nalazi između grafika i apscisne ose. U slučaju da ova tačka padne izvan ove oblasti, serija se odbija.

Vidimo da se uzorak, čije su karakteristike: $x_{\bar{x}} = 5.923 \text{ mm}$ i $s = 0.015 \text{ mm}$ date u tekstu zadatka, nalazi izvan oblasti prihvatanja serije, što znači da se ta **serija mora odbiti**.

3. ZADATAK

Potrebno je rešiti merni lanac prikazan slikom 3.

Slika 3: Merni lanac iz trećeg zadatka



Na osnovu teksta zadatka (maksimalno dozvoljeno odstupanje šapica maštine za namotavanje) zaključujemo da je funkcionalna karakteristika rastojanje između površina A i B, pa dobijamo:

$$T_{\Delta} = T_1 + T_2 + T_3 .$$

U tekstu zadatka data je (preko tolerancije paralelnosti) vrednost tolerancije funkcionalne mere koja iznosi $T_{\Delta} = 0.01 \text{ mm} = 10 \mu\text{m}$, kao i vrednost širine tolerancijskog polja karakteristike A_3 :

$$T_3 = 3\mu\text{m} - (-3\mu\text{m}) = 6\mu\text{m} .$$

Tolerancijske intervale ostalih karakteristika u mernom lancu izračunavamo prema sledećem obrascu za metodu apsolutne zamenljivosti i postupak jednakih tolerancija:

$$T_1 = T_2 = \delta_s = \frac{\delta_{\Delta} - \sum_{i=1}^r \delta_i}{m-1-r} = \frac{T_{\Delta} - T_3}{4-1-1} = \frac{10 - 6}{4-1-1} = 2 \mu\text{m} .$$

U prethodnom obrascu figurišu sledeće veličine:

- $\delta_{\Delta} \equiv$ interval tolerancije završnog (funkcionalnog) člana,
- $\delta_i \equiv$ članovi mernog lanca sa poznatim vrednostima tolerancija,
- $r \equiv$ broj članova mernog lanca sa poznatim vrednostima tolerancija, i
- $m \equiv$ ukupan broj članova mernog lanca.