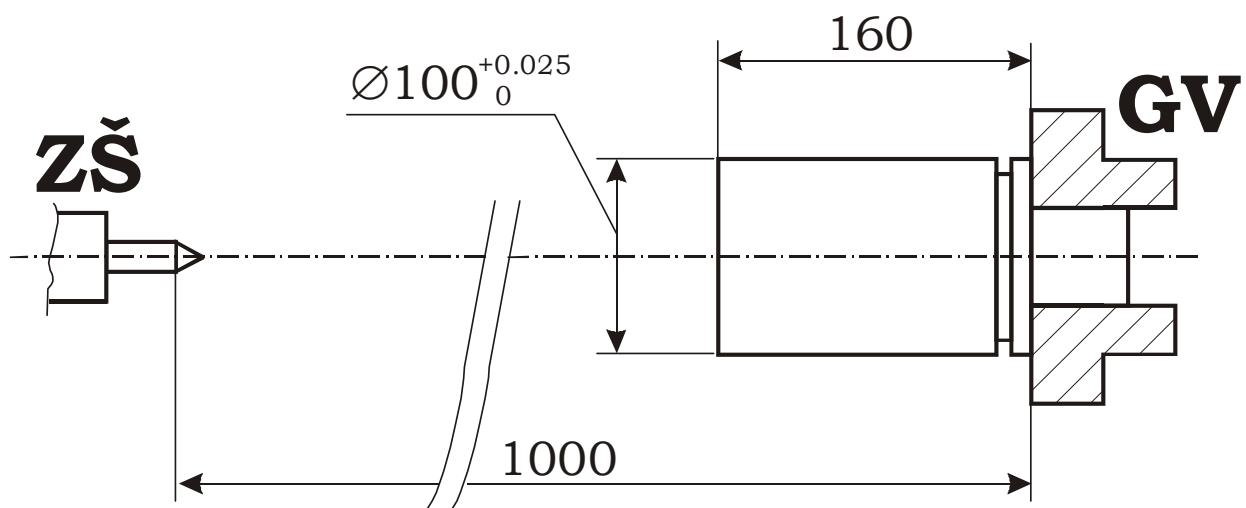


PISMENI ISPIT

- Na slici 1 prikazan je način stezanja jednog obratka na strugu, sa osnovnim konstrukcionim podacima koji se odnose na gotov deo. Proizvođač tog struga garantuje da odstupanje paralelnosti vođica nosača alata u odnosu na osu glavnog vretena tog struga, na čitavom rasponu između glavnog vretena i zadnjeg šiljka, ne iznosi više od $20 \mu\text{m}$ u jednom i $70 \mu\text{m}$ u drugom karakterističnom pravcu. Da li je na tom strugu moguće zadovoljenje konstrukpcionih zahteva vezanih za deo na slici 1, pod pretpostavkom da se sve druge greške mogu zanemariti.



Slika 1: Dispozicija obradnog sistema iz zadatka 1.

- Nakon serijske obrade glodanjem na meru $X = 57+0.1 \text{ mm}$, izvučen je uzorak od 100 komada i izvršena inspekcija pomenute karakteristike kvaliteta. Rezultati merenja prikazani su tabelom 1. Potrebno je proveriti hipotezu o normalnosti osnovnog skupa pomoću Henrijeve prave i odrediti parametre lokacije i disperzije uzorka računskim i grafičkim putem.

Tabela 1.

$X_i [\text{mm}]$	57.00	57.01	57.02	57.03	57.04	57.05	57.06	57.07	57.08
f_i	2	4	11	19	30	17	10	5	2

- Prilikom ispitivanja postojanosti jedne serije alata za obradu na NUMA, utvrđena je srednja vrednost postojanosti alata 20.33 min, pri čemu je standardna devijacija uzorka iznosila 2.57 min. Odrediti veličinu pomenutog uzorka, ako je pomoću njega utvrđeno i da postojanost alata te serije ne odstupa više od 1 min od srednje vrednosti, uz pouzdanost 97%.

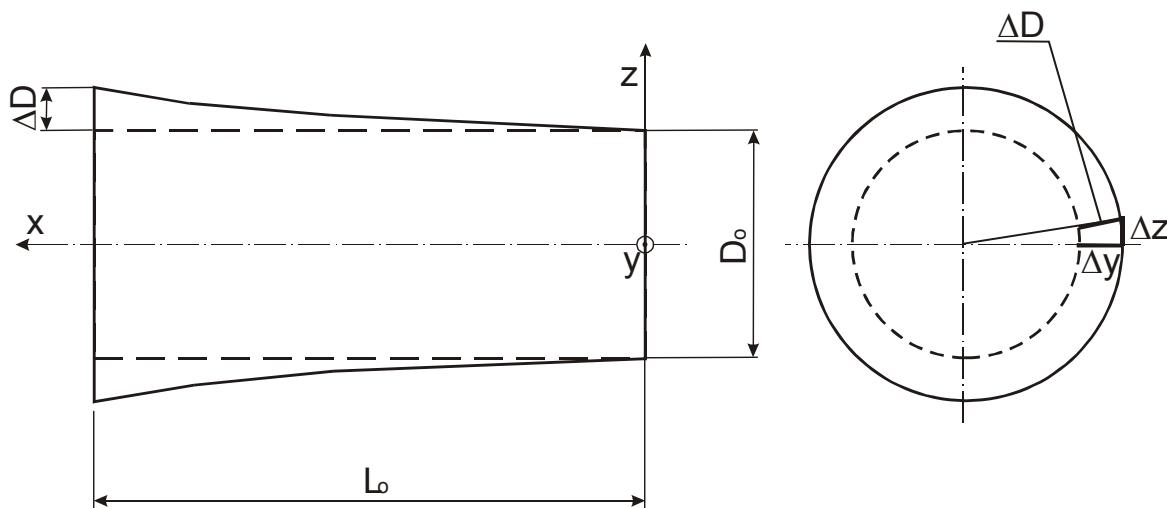
PRVA GRUPA - REŠENJA

1. ZADATAK

Zadate su sledeće veličine (v. sliku 2):

- Odstupanje vođice struga od ose GV u vertikalnom pravcu, na čitavom rasponu između glavnog vretena, odn. stezne glave i zadnjeg šiljka: $\Delta_y = 70 \mu\text{m} = 0.07 \text{ mm}$,
- Odstupanje vođice struga od ose GV u horizontalnom pravcu, na čitavom rasponu između glavnog vretena, odn. stezne glave i zadnjeg šiljka: $\Delta_z = 20 \mu\text{m} = 0.02 \text{ mm}$,
- Prečnik obratka: $D_o = 100+0.025 \text{ mm}$,
- Dužina obratka: $L_o = 160 \text{ mm}$, i
- Dužina raspona između glavnog vretena, odn. stezne glave i zadnjeg šiljka: $L = 1000 \text{ mm}$.

Napomena: u tekstu zadatka je rečeno "20 μm u jednom i 70 μm u drugom karakterističnom pravcu". Pošto se zna da je $\Delta_y > \Delta_z$, zaključujemo da je: $\Delta_y = 70 \mu\text{m}$ a $\Delta_z = 20 \mu\text{m}$.



Slika 2: Oblik izvodnice obratka, za slučaj $\Delta_y \neq 0$ i $\Delta_z \neq 0$.

Greška obrade (priraštaj prečnika obratka u zavisnosti od polaznih grešaka izrade elemenata obradnog sistema) računa se prema obrascu (slika 3):

$$\Delta D = 2 \sqrt{\left(\frac{\Delta_y}{L} \cdot x + \frac{D_o}{2} \right)^2 + \frac{\Delta_z^2}{L^2} \cdot x^2} - D_o.$$

Ta greška ima maksimalnu vrednost u najdaljoj tački obratka od uklještenja (stezne glave), dakle za $x = L_o$. Treba proveriti da li je maksimalna vrednost greške manja od propisane širine tolerancijskog polja T.

$$\begin{aligned} \Delta D_{\max} &= 2 \sqrt{\left(\frac{\Delta_y}{L} \cdot L_o + \frac{D_o}{2} \right)^2 + \frac{\Delta_z^2}{L^2} \cdot L_o^2} - D_o = \\ &= 2 \sqrt{\left(\frac{0.07}{1000} \cdot 160 + \frac{100}{2} \right)^2 + \frac{0.02^2}{1000^2} \cdot 160^2} - 100 \Rightarrow \\ &\Rightarrow \Delta D_{\max} = 0.022 \text{ mm} \leq T = 0.025 \text{ mm}. \end{aligned}$$

Zaključujemo da je zadovoljenje konstrukcionih zahteva vezanih za deo na slici 1 moguće, jer je maksimalna greška usled odstupanja paralelnosti vođica od ose glavnog vretena manja od propisane širine tolerancijskog polja za prečnik obratka.

2. ZADATAK

Za proveru normalnosti osnovnog skupa pomoću Henrikeve prave, odnosno za njeno konstruisanje na "normalnom papiru", neophodno je izračunati kumulativne verovatnoće $F(x)$ nakon pojedinih intervala vrednosti u izvučenom uzorku, za šta nam koristi tabela 2.

Tabela 2.

redni broj	X_i [mm]	f_i	$f_{i\ rel}$	$F(x)$
1.	57	2	0.02	0.02
2.	57.01	4	0.04	0.06
3.	57.02	11	0.11	0.17
4.	57.03	19	0.19	0.36
5.	57.04	30	0.30	0.66
6.	57.05	17	0.17	0.83
7.	57.06	10	0.10	0.93
8.	57.07	5	0.05	0.98
9.	57.08	2	0.02	1
Σ		100	1	

U prethodnoj tabeli figurišu još i sledeće veličine:

- X_i [mm] ≡ aritmetičke sredine pojedinih intervala vrednosti karakteristike kvaliteta,
- f_i i $f_{i\ rel}$ ≡ apsolutna i relativna učestanost pojavljivanja vrednosti karakteristike kvaliteta u pojedinim intervalima.

Na dijagramu (slika 3, na sledećoj strani) su nanete tačke za pojedine, prethodno izračunate kumulativne verovatnoće $F(X)$ empirijskog rasporeda u funkciji od veličine X , a zatim je povučena Henrikeva prava. Skala za kumulativnu verovatnoću preuzeta je iz knjige UKP2, str.148, sl.2.

Pri crtanjtu Henrikeve prave nije uzeta u obzir poslednja tačka jer ona odgovara situaciji $X \rightarrow \infty$. Vidi se da tačke dobro slede pravu, raspoređujući se u njenoj neposrednoj okolini, pa se otud može zaključiti, bez strogog dokaza, da je osnovni skup normalan, tj. da empirijski skup sledi normalan raspored.

Sa dijagrama na slici 3 nalazimo vrednosti X koje odgovaraju vrednostima kumulativne verovatnoće 0.5 i 0.8413. Prva od njih predstavlja vrednost aritmetičke sredine uzorka dobijenu grafičkim putem ($X_{bar,gr.}$), a njihova razlika predstavlja vrednost standardne devijacije uzorka dobijenu grafičkom metodom ($\sigma_{gr.}$).

Da bismo odredili odgovarajuće računske vrednosti parametara lokacije i disperzije uzorka, koristimo tabelu 3.

Tabela 3.

redni broj	x_i [mm]	f_i	$x_i - a$	$(x_i - a)^2$	$(x_i - a) \cdot f_i$	$(x_i - a)^2 \cdot f_i$
1.	57	2	-0.04	0.0016	-0.08	0.0032
2.	57.01	4	-0.03	0.0009	-0.12	0.0036
3.	57.02	11	-0.02	0.0004	-0.22	0.0044
4.	57.03	19	-0.01	0.0001	-0.19	0.0019
5.	57.04	30	0	0.0000	0	0
6.	57.05	17	0.01	0.0001	0.17	0.0017
7.	57.06	10	0.02	0.0004	0.20	0.0040
8.	57.07	5	0.03	0.0009	0.15	0.0045
9.	57.08	2	0.04	0.0016	0.08	0.0032
Σ		100			Σ	-0.01
						0.0265

gde je: $a = 57.04 \text{ mm} \equiv$ vrednost karakteristike kvaliteta sa najvećom frekvencijom.



Slika 3: Provera normalnosti osnovnog skupa pomoću Henrijeve prave.

Računsku vrednost aritmetičke sredine uzorka dobijamo prema sledećem obrascu:

$$\bar{x}_{rac} = a + \frac{1}{N} [\sum (x_i - a) \cdot f_i] = 57.04 + \frac{1}{100} \cdot (-0.01) = 57.0399 \text{ mm},$$

a standardnu grešku prema:

$$\sigma_{rac} = \sqrt{\frac{1}{N} [\sum (x_i - a)^2 f_i] - (\bar{x} - a)^2} = \sqrt{\frac{1}{100} \cdot 0.0265 - (57.04 - 57.04)^2} = 0.0163 \text{ mm}.$$

Da bismo tačnost izvedene grafičke metode mogli smatrati prihvatljivom, proveravamo koliko vrednost standardne devijacije dobijene grafičkim putem odstupa od one dobijene računskim putem:

$$\frac{|\sigma_{rac} - \sigma_{gr}|}{\sigma_{rac}} = \frac{0.017 - 0.0163}{0.017} = 0.041 = 4.1\% < 10\%.$$

Pošto vidimo da je to odstupanje manje od 10 %, zaključujemo da smo ispravno primenili grafičku metodu.

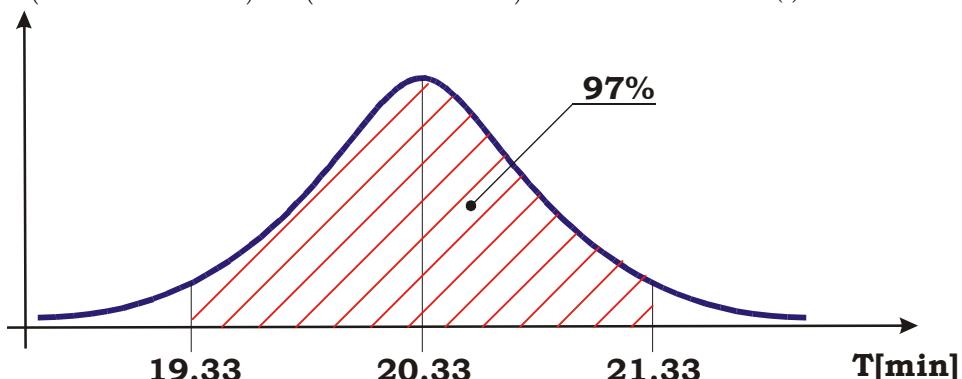
3. ZADATAK

Iz teksta zadatka sledi da se postojanost alata kreće u intervalu ± 1 min od srednje vrednosti sa verovatnoćom od 97%. Zaključujemo da tačnost izračunate vrednosti aritmetičke sredine iznosi:

$$\varepsilon = 1 \text{ min},$$

pa dalje dobijamo:

$$P(\bar{T} - \varepsilon < \bar{T} < \bar{T} + \varepsilon) = P(\bar{T} - 1 < \bar{T} < \bar{T} + 1) = 97\% = 0.97 = 2\Phi(t), \quad (\text{v.sliku 4}).$$



Slika 4: Dijagram normalne raspodele.

Pošto je obim uzorka nepoznat, prepostavljamo da je veći od 30, pa možemo koristiti tablice za normalnu raspodelu za izračunavanje nepoznatog parametra t. Na osnovu tab.1, UKP M1, str.373, dobijamo vrednost parametra normalne raspodele $t = 2.17$.

Tačnost izračunate vrednosti aritmetičke sredine se može dobiti i prema sledećem obrascu:

$$\varepsilon = \pm t \frac{s}{\sqrt{n}},$$

odakle dobijamo potrebnu jednačinu za izračunavanje nepoznatog obima uzorka:

$$n = \frac{t^2 \cdot s^2}{\varepsilon^2} = \frac{2.17^2 \cdot 2.57^2}{1^2} = 31.1 \text{ element.}$$

Veličinu uzorka uvek zaokružujemo na prvi veći ceo broj, kako bismo ostali na "strani sigurnosti", pa tako zaključujemo da je tražena veličina uzorka **n = 32 elemenata**. Pošto smo dobili $n > 30$,

zaključujemo da je naša polazna pretpostavka bila tačna, pa dobijeno rešenje možemo prihvatiti kao konačno.