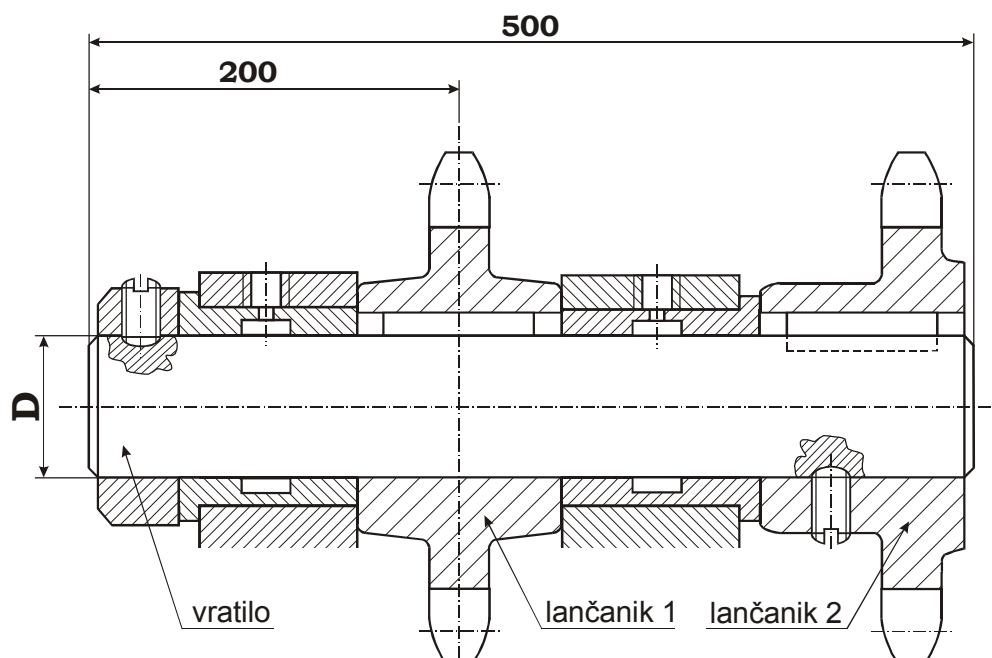


### PISMENI ISPIT

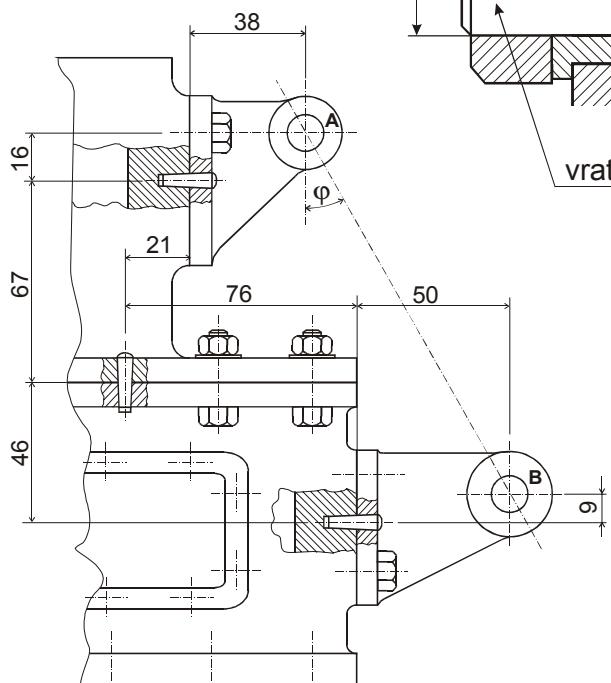
1. Na slici 1 prikazan je sklop vratila nepromenljivog poprečnog preseka sa lančanicima. Odrediti prečnik vratila, ako dozvoljena greška usled elastičnih deformacija, nastala pod dejstvom sile prodiranja, pri uzdužnoj obradi vratila struganjem, na mestu lančanika 1, iznosi  $\Delta = 80 \mu\text{m}$ . Dobijenu vrednost prečnika vratila zaokružiti na najbližu celobrojnu vrednost, vodeći računa da stepen sigurnosti ne bude smanjen. Poznato je:

- statičke krutosti glavnog vretena i nosača šiljka sa šiljkom su jednake i iznose  $3.9 \cdot 10^4 \text{ N/mm}$ ;
- statička krutost nosača alata iznosi  $3 \cdot 10^4 \text{ N/mm}$ ;
- modul elastičnosti materijala vratila iznosi  $2.1 \cdot 10^5 \text{ N/mm}^2$ ;
- sila prodiranja iznosi  $1.6 \cdot 10^3 \text{ N}$ ;
- popustljivost ostalih elemenata obradnog sistema se može zanemariti;
- aksijalni moment inercije kruga se dobija prema obrascu:

$$I_x = I_y = \frac{D^4 \pi}{64}.$$



Slika 1: Vratilo sa lančanicima



Slika 2: Sklop iz teksta drugog zadatka.

2. Za sklop prikazan na slici 2. potrebno je odrediti nominalnu meru, širinu tolerancijskog polja i gornje i donje granično odstupanje rastojanja otvora A i B, značajnog za ispravno funkcionisanje čitavog sklopa. Poznato je da se pojedine mere delova sklopa ostvaruju sa veličinom tolerancijskog polja  $T_i = 0.02 \text{ mm}$ , simetrično raspoređenom oko nominalne mере. Na dovoljnom broju uzoraka utvrđeno je da su mere svih sastavnih članova mernog lanca međusobno nezavisne i da se pokoravaju Maksvelovom rasporodu. Primeniti ekonomski opravdaniji metod.

## PRVA I DRUGA GRUPA - REŠENJA

### **1. ZADATAK**

Zadate su sledeće veličine:

- statičke krutosti GV i nosača šiljka sa šiljkom su jednake i iznose:  $K_{GV} = K_S = K_1 = 3.9 \cdot 10^4 \text{ N/mm}$ ;
- statička krutost nosača alata iznosi:  $K_{NA} = 3 \cdot 10^4 \text{ N/mm}$ ;
- modul elastičnosti materijala vratila iznosi:  $E = 2.1 \cdot 10^5 \text{ N/mm}^2$ ;
- sila prodiranja iznosi:  $F_2 = 1.6 \cdot 10^3 \text{ N}$ ;
- popustljivost ostalih elemenata obradnog sistema se može zanemariti:  $K_p = K_A \approx 0$ .

Ukupna greška obrade usled ealastičnih deformacija obradnog sistema pri uzdužnom struganju dobija se prema opštem obrascu:

$$\Delta = F_2 \left[ \frac{1}{K_p} + \frac{1}{K_A} + \frac{1}{K_{NA}} + \frac{1}{K_V} \left( \frac{L-x}{L} \right)^2 + \frac{1}{K_S} \left( \frac{x}{L} \right)^2 + \frac{1}{3EI} \cdot \frac{x^2 \cdot (L-x)^2}{L} \right],$$

koji, s obzirom na činjenicu da su statičke krutosti glavnog vretena i nosača šiljka sa šiljkom jednake i kad se zameni moment inercije odgovarajućom formulom, dobija sledeći oblik:

$$\Delta = F_2 \left[ \frac{1}{K_{NA}} + \frac{1}{K_1} \left( \frac{L^2 - 2 \cdot L \cdot x + 2 \cdot x^2}{L} \right)^2 + \frac{64}{3 \cdot E \cdot \pi \cdot D^4} \cdot \frac{x^2 \cdot (L-x)^2}{L} \right],$$

odnosno, kad se zamene konkretnе vrednosti:

$$0.08 = 1.6 \cdot 10^3 \left[ \frac{1}{3 \cdot 10^4} + \frac{1}{3.9 \cdot 10^4} \left( \frac{500^2 - 2 \cdot 500 \cdot 200 + 2 \cdot 200^2}{500} \right)^2 + \frac{64}{3 \cdot 2.1 \cdot 10^5 \cdot \pi \cdot D^4} \cdot \frac{200^2 \cdot (500-200)^2}{500} \right].$$

Sređivanjem prethodnog izraza dobijamo:

$$D^4 = 6984.628 \cdot 10^4 \text{ mm}^4,$$

odnosno, traženu vrednost prečnika vratila:

$$D = 91.418864 \text{ mm}.$$

Dobijenu vrednost, zaokružujemo na prvu veću celobrojnu vrednost, da stepen sigurnosti ne bi bio smanjen, pa konačno dobijamo:

$$D = 92 \text{ mm}.$$

### **2. ZADATAK**

Za rešavanje ovog zadatka stoje nam na raspolaganju metoda potpune i metoda nepotpune zamenljivosti. Pošto u tekstu zadatka stoji napomena da pri njegovom rešavanju treba primeniti ekonomski opravdaniji postupak, biramo ovu drugu.

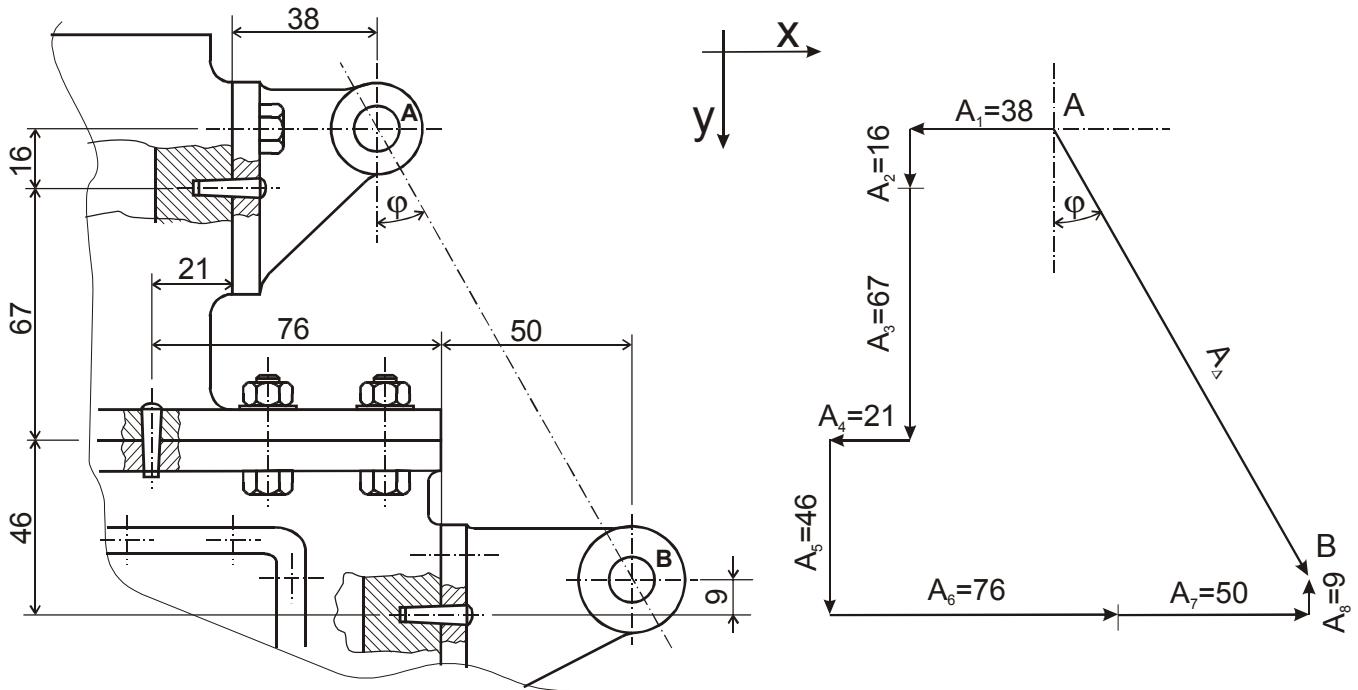
#### Proračun nominalne vrednosti završnog člana

Slikom 3 prikazan je merni lanac iz teksta zadatka, sa definisanim koordinatnim sistemom. Jasno je da se ovde radi o ravanskom mernom lancu, pa ćemo sve članove mernog lanca projektovati na pravac rastojanja između centara dvaju otvora koje predstavlja završni član mernog lanca i koji zaklapa sa osom z sledeći ugao:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{A_{//x}}{A_{//y}} = \frac{-A_1 - A_4 + A_6 + A_7}{A_2 + A_3 + A_5 - A_8} = \frac{-38 - 21 + 76 + 50}{16 + 67 + 46 - 9} = \frac{67}{120} = 0.558 \Rightarrow$$

$$\varphi = \operatorname{arctg}(0.558) = 29.176^\circ.$$

Uvećavajući članovi mernog lanca su:  $A_2, A_3, A_5, A_6, A_7$ , jer vektori kojima su simbolički predstavljeni ti sastavni članovi, zaklapaju ugao manji od  $90^\circ$  sa vektorom kojim je predstavljen završni član mernog lanca. Analogno, umanjujući su  $A_1, A_4, A_8$ , jer vektori kojima su simbolički predstavljeni ti sastavni članovi, zaklapaju ugao veći od  $90^\circ$  sa vektorom kojim je predstavljen završni član mernog lanca.



Slika 3: Proračun mernog lanca.

Mere sastavnih članova mernog lanca se raspodeljuju po Maksvelovom rasporedu, što znači da (prema OTML, tab.3., str.73) koeficijent relativnog rasturanja iznosi  $k = 1.14$ , a koeficijent asimetrije iznosi  $\alpha = -0.28$ .

Nominalnu meru završnog člana određujemo prema sledećoj jednačini:

$$A_{\Delta_s} = \sum_{i=1}^{m-1} a_i \left( A_{S_i} + \alpha_i \frac{\delta_i}{2} \right) = \sum_{i=1}^{m-1} a'_i \left( A_{S_i} + \alpha_i \frac{\delta_i}{2} \right) \cos \varphi_i,$$

gde je  $m$  ukupan broj članova mernog lanca. Radi lakšeg proračuna formiramo sledeću tablicu:

Tabela 1.

$A_i$	$A_{S_i}$	$\alpha_i$	$\delta_i$	$\varphi_i$	$\cos \varphi_i$	$a'_i$	$a_i = a'_i \cdot \cos \varphi_i$	$a_i \left( A_{S_i} + \alpha_i \frac{\delta_i}{2} \right)$
$A_1$	38	-0.28	0.02	$90^\circ - \varphi$	60.824	0.487	-1	- 0.487
$A_2$	16	-0.28	0.02	$\varphi$	29.176	0.873	1	0.873
$A_3$	67	-0.28	0.02	$\varphi$	29.176	0.873	1	0.873
$A_4$	21	-0.28	0.02	$90^\circ - \varphi$	60.824	0.487	-1	- 0.487
$A_5$	46	-0.28	0.02	$\varphi$	29.176	0.873	1	0.873
$A_6$	76	-0.28	0.02	$90^\circ - \varphi$	60.824	0.487	1	0.487
$A_7$	50	-0.28	0.02	$90^\circ - \varphi$	60.824	0.487	1	0.487
$A_8$	9	-0.28	0.02	$\varphi$	29.176	0.873	-1	- 0.873
$\Sigma$								137.432

Napomena uz tabelu 1.  $\varphi_i$  predstavlja apsolutnu vrednost ugla između pojedinog sastavnog člana i završnog člana. Ako je član uvećavajući, koeficijent  $a'_i$  je +1, a u suprotnom -1. Proizvod kosinusa ugla  $\varphi_i$  i koeficijenta  $a'_i$  svakog sastavnog člana predstavlja prenosni odnos tog člana u ravanskom mernom lancu, u oznaci  $a_i$ .

Primenom pomenute tabele, dobija se vrednost završnog člana:

$$A_{\Delta_s} = 137.432 \text{ mm.}$$

#### Proračun tolerancije završnog člana

Pošto je veliki broj članova mernog lanca ( $m = 9$ ), prema centralnoj graničnoj teoremi, sledi da se mera završnog člana mernog lanca raspoređuje po normalnom zakonu, odnosno da je:  $k_{\Delta} = 1$ . Tada se vrednost širine tolerancijskog polja dobija prema obrascu:

$$\delta_{\Delta} = \frac{1}{k_{\Delta}} \sqrt{\sum_{i=1}^{m-1} a_i^2 \cdot k_i^2 \cdot \delta_i^2}.$$

Radi lakšeg proračuna formiramo sledeću tablicu:

**Tabela 2.**

<b>A<sub>i</sub></b>	<b>k<sub>i</sub></b>	<b>δ<sub>i</sub> = T<sub>i</sub></b>	<b>φ<sub>i</sub></b>		<b>cosφ<sub>i</sub></b>	<b>a'<sub>i</sub></b>	<b>a<sub>i</sub> = cosφ<sub>i</sub> · a'<sub>i</sub></b>	<b>a<sub>i</sub><sup>2</sup> · k<sub>i</sub><sup>2</sup> · δ<sub>i</sub><sup>2</sup></b>
A <sub>1</sub>	1.14	0.02	90° – φ	60.824	0.487	-1	-0.487	0.000123
A <sub>2</sub>	1.14	0.02	φ	29.176	0.873	1	0.873	0.000396
A <sub>3</sub>	1.14	0.02	φ	29.176	0.873	1	0.873	0.000396
A <sub>4</sub>	1.14	0.02	90° – φ	60.824	0.487	-1	-0.487	0.000123
A <sub>5</sub>	1.14	0.02	φ	29.176	0.873	1	0.873	0.000396
A <sub>6</sub>	1.14	0.02	90° – φ	60.824	0.487	1	0.487	0.000123
A <sub>7</sub>	1.14	0.02	90° – φ	60.824	0.487	1	0.487	0.000123
A <sub>8</sub>	1.14	0.02	φ	29.176	0.873	-1	-0.873	0.000396
<b>Σ</b>								<b>0.002078</b>

Na osnovu rezultata proračuna dobijamo:

$$\delta_{\Delta} = \frac{1}{1} \cdot \sqrt{0.002078} = 0.046 \text{ mm.}$$

Vrednost gornje i donje granične mere dobijamo prema sledećem obrascu:

$$A_{\Delta g,d} = A_{\Delta s} \pm \frac{1}{2} \cdot \delta_{\Delta} \Rightarrow$$

$$A_{\Delta g} = 137.432 + \frac{1}{2} \cdot 0.046 = 137.455 \text{ mm}$$

$$A_{\Delta d} = 137.432 - \frac{1}{2} \cdot 0.046 = 137.409 \text{ mm}$$

Konačna vrednost kote završnog člana iznosi:

$$A_{\Delta} = 137^{+455}_{-409} \text{ mm.}$$