KATEDRA ZA PROIZVODNO MAŠINSTVO **JUN 2002. god.**
UPRAVLJANJE KVALITETOM PROIZVODA (0109)
UPRAVLJANJE KVALITETOM PROIZVODA I (0117) **I grupa**

PISMENI ISPIT

1. Na mašinskom delu koji se serijski izrađuje kontroliše se spoljašnja mera x = 42 mm, za koju je izvučeno 25 uzoraka sa po 11 primeraka u uzorku. Kontrolom su dobijene sledeće vrednosti statističkih parametara (tabela 1):

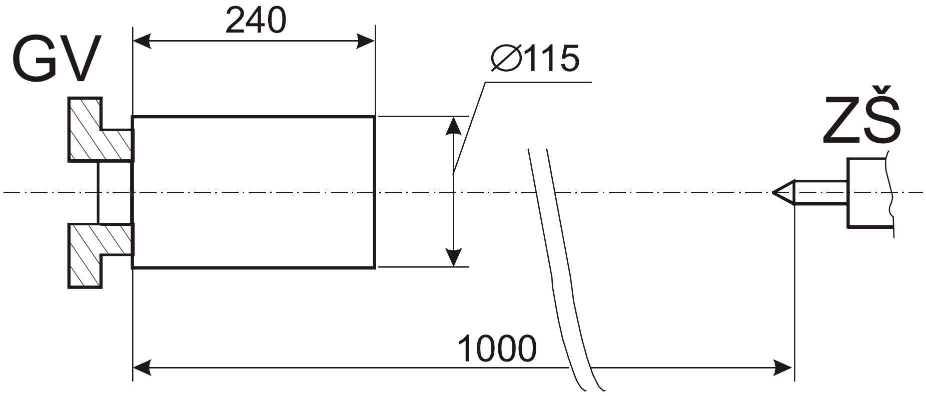
Tabela 1.

RB	$\bar{x}$ [mm]	Mera rasipanja [mm]	RB	$\bar{x}$ [mm]	Mera rasipanja [mm]	RB	$\bar{x}$ [mm]	Mera rasipanja [mm]	RB	$\bar{x}$ [mm]	Mera rasipanja [mm]	RB	$\bar{x}$ [mm]	Mera rasipanja [mm]
1.	42.030	0.018	6.	42.030	0.044	11.	42.024	0.032	16.	42.038	0.040	21.	42.041	0.036
2.	42.048	0.023	7.	42.035	0.025	12.	42.039	0.018	17.	42.040	0.019	22.	42.034	0.012
3.	42.049	0.038	8.	42.038	0.010	13.	42.038	0.039	18.	42.038	0.021	23.	42.049	0.029
4.	42.020	0.012	9.	42.039	0.029	14.	42.019	0.004	19.	42.010	0.016	24.	42.019	0.038
5.	42.038	0.022	10.	42.040	0.022	15.	42.030	0.022	20.	42.038	0.027	25.	42.039	0.028

Potrebno je formirati odgovarajuće kontrolne karte procesa i dati komentar. Prema internim propisima preduzeća u kome se deo izrađuje, proces se može smatrati stabilnim samo ako se pri kontroli utvrdi da se parametri maksimalno dva uzorka nalaze van kontrolnih granica.

2. Nakon obrade dela, čije su konstrukcione mere i shema stezanja prikazani slikom 1, utvrđeno je da izradak ima konusni oblik i da ostvarena mera prečnika varira između 115.005 i 115.017 mm. Utvrditi veličinu grešaka obrade usled neparalelnosti vođica i ose glavnog vretena, u karakterističnim pravcima, na čitavom rasponu između GV i zadnjeg šiljka.

Slika 1.



3. Pri bušenju rupa istom burgijom dobijeni su sledeća odstupanja prečnika od nominalne mere [μm] (tabela 2):

Tabela 2.

25	37	33	28	29	41	35	28	29	27	35	35	34	30	34	41
33	40	34	35	39	38	45	44	35	40	31	33	39	34	41	32
39	37	35	35	30	36	33	37	31	34	37	37	32	36	42	31
33	32	36	34	43	34	31	37	36	40	34	38	36	30	36	31
32	32	32	33	35	30	34	34	42	30	43	34	30	36	38	33

(a) Podeliti ukupni interval varijacije vrednosti prečnika na 7 jednakih podintervala. Skicirati histogram empirijske raspodele. Kojom teorijskom raspodelom može da se aproksimira empirijska raspodela?
(b) Verifikovati postavljenu hipotezu λ-testom.

PRVA GRUPA – REŠENJA

1. ZADATAK

Pošto je obim pojedinačnih uzoraka n = 11 >10, crtamo dvostruke $\bar{x}\sigma$ kontrolne karte. Centralne linije, gornje i donje kontrolne granice za $\bar{x}$ i σ kontrolne karte nalazimo na osnovu sledećih obrazaca:

$$CL_{\bar{x}} = \bar{X} = \bar{\bar{x}} = \frac{1}{k}\sum_{i=1}^{k}\bar{x}_i \ ,$$

$$CL_{\sigma} = \bar{\sigma} = \frac{1}{k}\sum_{i=1}^{k}\sigma_i \ ,$$

$$GKG_{\bar{x}} = \bar{X} + 3\sigma_{\bar{x}} = \bar{X} + \frac{3\sigma_0}{\sqrt{n}} = \bar{\bar{x}} + A_1\bar{\sigma} \ ,$$

$$DKG_{\bar{x}} = \bar{X} - 3\sigma_{\bar{x}} = \bar{X} - \frac{3\sigma_0}{\sqrt{n}} = \bar{\bar{x}} - A_1\bar{\sigma} \ ,$$

$$GKG_{\sigma} = B_4\bar{\sigma} \ ,$$

$$DKG_{\sigma} = B_3\bar{\sigma} \ .$$

Potrebne koeficijente u prethodnim izrazima:

- A_1 = 0.973,
- B_4 = 1.679,
- B_3 = 0.321,

nalazimo prema UKP M1, tab.5 (za n = 11). U tekstu zadatka rečeno je da je izvučeno ukupno k = 25 uzoraka.

Unošenjem koeficijenata u prethodno navedene obrasce dobijamo:

$$CL_{\bar{x}} = \bar{X} = \bar{\bar{x}} = \frac{1}{k}\sum_{i=1}^{k}\bar{x}_i = \frac{1}{25}\cdot 1050.863 = 42.0345 \ \text{mm},$$

$$CL_{\sigma} = \bar{\sigma} = \frac{1}{k}\sum_{i=1}^{k}\sigma_i = \frac{1}{25}\cdot 0.624 = 0.0250 \ \text{mm},$$

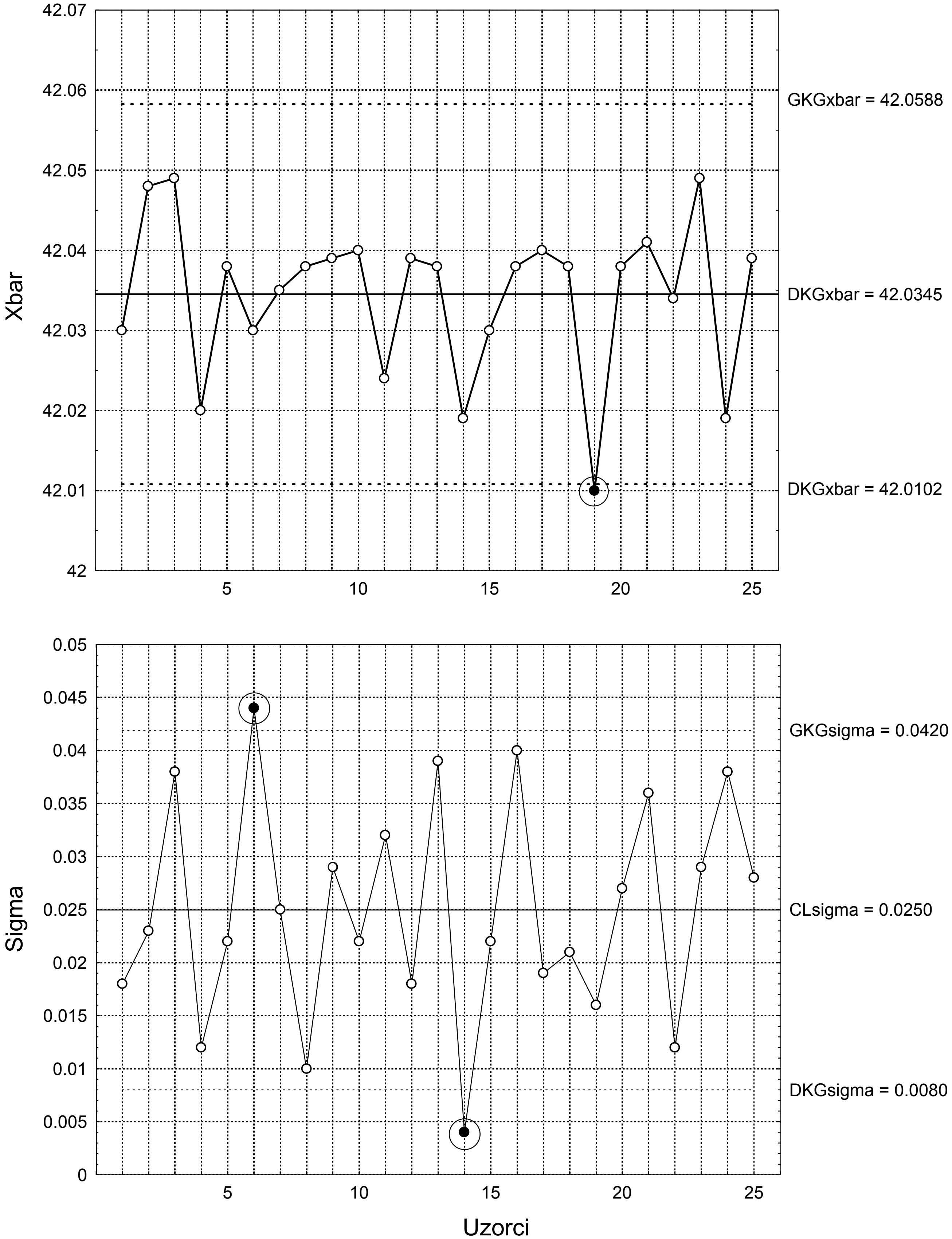
$$GKG_{\bar{x}} = \bar{X} + 3\sigma_{\bar{x}} = \bar{X} + \frac{3\sigma_0}{\sqrt{n}} = \bar{\bar{x}} + A_1\bar{\sigma} = 42.0345 + 0.973\cdot 0.025 = 42.0588 \ \text{mm},$$

$$DKG_{\bar{x}} = \bar{X} - 3\sigma_{\bar{x}} = \bar{X} - \frac{3\sigma_0}{\sqrt{n}} = \bar{\bar{x}} - A_1\bar{\sigma} = 42.0345 - 0.973\cdot 0.025 = 42.0102 \ \text{mm},$$

$$GKG_{\sigma} = B_4\bar{\sigma} = 1.679\cdot 0.0250 = 0.0420 \ \text{mm},$$

$$DKG_{\sigma} = B_3\bar{\sigma} = 0.321\cdot 0.0250 = 0.0080 \ \text{mm}.$$

Formirana $\bar{x}\sigma$ prikazana je slikom 2. Sa nje se vidi da se jedna tačka na $\bar{x}$ i dve tačke na σ karti nalaze van kontrolnih granica. Pošto se radi o ukupno tri različita uzorka čiji parametri ispadaju van kontrolnih granica, u skladu sa internim propisima preduzeća, zaključujemo da se radi o nestabilnom proteklom procesu, što znači da nemamo potreban uslov za crtanje kontrolnih karata za tekući proces.



Slika 2: *Kontrolna* $\bar{x}\sigma$ *karta za stabilnost proteklog procesa.*

2. ZADATAK

Priraštaj prečnika obratka u zavisnosti od grešaka neparalelnosti vođica u odnosu na osu glavnog vretena u karakterističnim pravcima Δ_y i Δ_z računa se prema obrascu:

$$\Delta D = 2\sqrt{\left(\frac{\Delta_y}{L}\cdot x + \frac{D_o}{2}\right)^2 + \frac{\Delta_z^2}{L^2}\cdot x^2} - D_o,$$

koji se, s obzirom na podatak iz teksta zadatka da izradak ima konusni oblik (na osnovu čega zaključujemo da je $\Delta_z = 0$), svodi na oblik:

$$\Delta D = 2\cdot\left(\frac{\Delta_y}{L}\cdot x + \frac{D_o}{2}\right) - D_o = 2\cdot\frac{\Delta_y}{L}\cdot x,$$

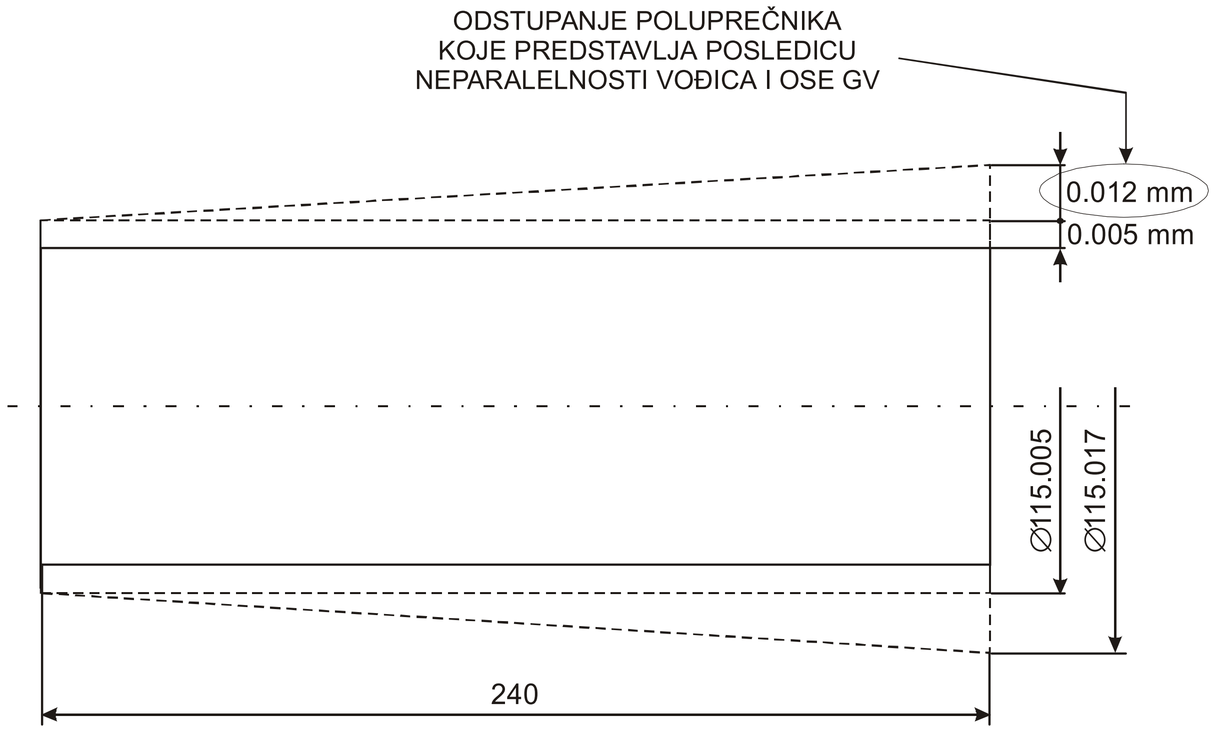
odakle dobijamo drugu traženu grešku:

$$\Delta_y = \Delta D\cdot\frac{L}{x}\cdot\frac{1}{2} = 0.012\cdot\frac{1000}{240}\cdot\frac{1}{2} = 0.025\,\text{mm}.$$

U prethodnim jednačinama figurisali su sledeći podaci:

- Prečnik izratka (da nema grešaka neparalelnosti vođica i ose GV): D_o = 115+0.005 mm,
- Dužina izratka: x = 240 mm, i
- Dužina raspona između glavnog vretena, odn. stezne glave i zadnjeg šiljka: L = 1000 mm,
- Greška usled neparalelnosti vođica i ose GV na dužini izratka (slika 3):

$$\Delta D = 0.017 - 0.005 = 0.012\ \text{mm}.$$

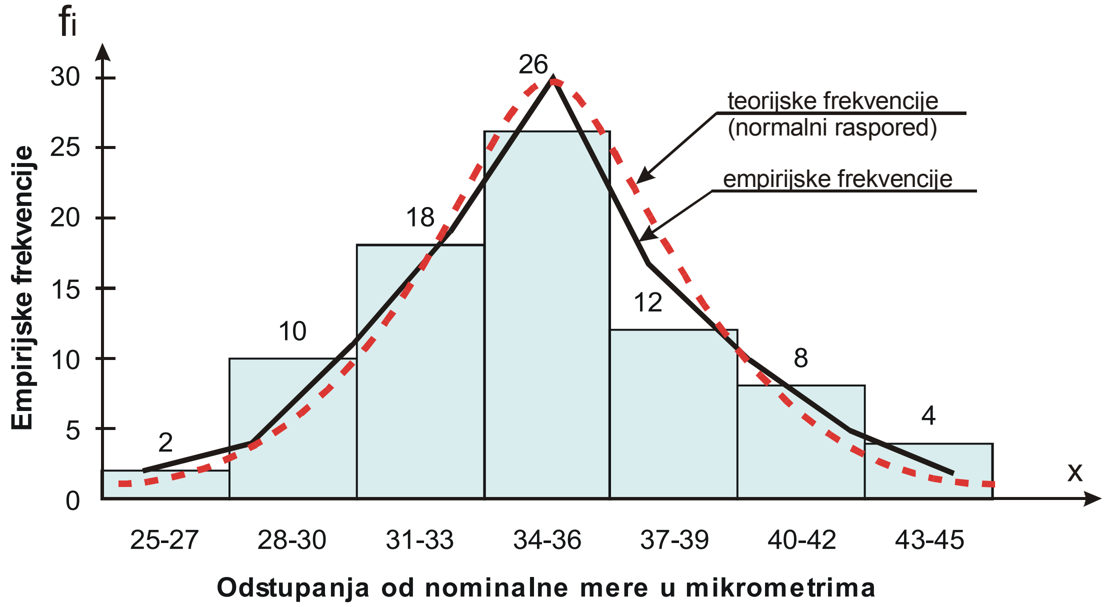


Slika 3: *Oblik izvodnice izratka, za slučaj $\Delta_y \neq 0$ i $\Delta_z = 0$.*

3. ZADATAK

a) Histogram empirijske raspodele uzorka

Histogram empirijske raspodele uzorka prikazan je na slici 4. Na osnovu oblika krive raspodele empirijskih frekvencija može se pretpostaviti da se uzorak pokorava normalnom zakonu raspodele.



Slika 4: *Histogram empirijske raspodele uzorka.*

Za proveru normalnosti osnovnog skupa pomoću λ-testa, potrebno je najpre odrediti odgovarajuće računske vrednosti parametara lokacije i disperzije uzorka, koristimo tabelu 3.

Tabela 3.

redni broj	x_i [mm]	f_i	$x_i - a$	$(x_i - a)^2$	$(x_i - a) \cdot f_i$	$(x_i - a)^2 \cdot f_i$
1.	x_{nom} + 0.026	2	-0.009	0.000081	-0.018	0.000162
2.	x_{nom} + 0.029	10	-0.006	0.000036	-0.060	0.00036
3.	x_{nom} + 0.032	18	-0.003	0.000009	-0.054	0.000162
4.	x_{nom} + 0.035	26	0	0.000000	0	0
5.	x_{nom} + 0.038	12	0.003	0.000009	0.036	0.000108
6.	x_{nom} + 0.041	8	0.006	0.000036	0.048	0.000288
7.	x_{nom} + 0.044	4	0.009	0.000081	0.036	0.000324
	Σ	80		**Σ**	-0.012	0.001404

gde je: a = x_{nom} + 0.035 mm ≡ vrednost karakteristike kvaliteta sa najvećom frekvencijom.

Napomena: za x_{nom} nije zadata konkretna vrednost, jer ona i nema značaja na rezultate λ-testa.

Računsku vrednost aritmetičke sredine uzorka dobijamo prema sledećem obrascu:

$$\bar{x}_{rac} = a + \frac{1}{N}\left[\Sigma(x_i - a)\cdot f_i\right] = x_{nom} + 0.035 + \frac{1}{80}\cdot(-0.012) = x_{nom} + 0.03485\,\text{mm},$$

a standardnu grešku prema:

$$\sigma_{rac} = \sqrt{\frac{1}{N}\cdot\left[\Sigma(x_i - a)^2 f_i\right] - (\bar{x} - a)^2} = \sqrt{\frac{1}{80}\cdot 0.001404 - \left[(x_{nom} + 0.035) - (x_{nom} + 0.03485)\right]^2} = 0.00419\text{ mm}.$$

Provera hipoteze o normalnosti osnovnog skupa pomoću λ-testa, vrši se prema tabeli 4:

Tabela 4: *Pomoćna tabela za primenu λ-testa.*

RB	x_i [mm]	$\lvert x_i - \bar{x}\rvert$	$t = \frac{\lvert x_i - \bar{x}\rvert}{\sigma}$	$\varphi(t)$	$f_t = \frac{d \cdot n}{\sigma} \cdot \varphi(t)$	f_e	N_e	N_t	$\lvert N_e - N_t\rvert$
1.	x_{nom} + 0.026	0.00885	2.11217	0.04287	2.45558	2	2	2.45558	0.45558
2.	x_{nom} + 0.029	0.00585	1.39618	0.15053	8.62218	10	12	11.07777	0.92223
3.	x_{nom} + 0.032	0.00285	0.68019	0.31655	18.13185	18	30	29.20961	0.79039
4.	x_{nom} + 0.035	0.00015	0.03580	0.39869	22.83647	26	56	52.04608	3.95392
5.	x_{nom} + 0.038	0.00315	0.75179	0.30073	17.22575	12	68	69.27184	1.27184
6.	x_{nom} + 0.041	0.00615	1.46778	0.13586	7.78197	8	76	77.05381	1.05381
7.	x_{nom} + 0.044	0.00915	2.18377	0.03676	2.10554	4	80	79.15935	0.84065
				Σ	**79.15934**	**80**			

Vrednosti za φ(t) su izračunate pomoću formule:

$$\varphi(t) = \frac{e^{-\frac{t^2}{2}}}{\sqrt{2\pi}}.$$

One mogu biti uzete i prema UKP, metode 2, tab.I, str.237, ali se računski metod više preporučuje, jer je lakši (izbegava se korišćenje interpolacije) i tačniji.

Ostale veličine korišćene u ovoj tabeli su:

- teorijska frekvencija empirijskog rasporeda:

$$f_t = \frac{d \cdot n}{\sigma} \cdot \varphi(t) = \frac{0.003 \cdot 80}{0.00419} \cdot \varphi(t) = 57.27924 \cdot \varphi(t),$$

- d = 0.003 ≡ širina grupnog intervala,
- n = 80 ≡ broj elemenata u uzorku,
- N_e ≡ kumulativna empirijska frekvencija,
- N_t ≡ kumulativna teorijska frekvencija.

Pošto maksimalna razlika kumulativnih empirijskih i teorijskih frekvencija iznosi:

$$\max\{\lvert N_e - N_t \rvert\} = 3.95392,$$

to se iz sledeće jednačine dobija vrednost veličine λ:

$$\lambda = \frac{\max\{\lvert N_e - N_t \rvert\}}{n} \cdot \sqrt{n} = \frac{3.95392}{80} \cdot \sqrt{80} = 0.44206$$

Prema UKP M2, tab.VII, str.242, uzevši u obzir da je:

$$0.40 < \lambda = 0.44206 < 0.45,$$

sledi da je:

$$P(0.40) = 0.9972 < P(\lambda) = P(0.44206) < P(0.45) = 0.9874.$$

Pošto je P(λ) ∈ (0.9972, 0.9874) očigledno veće od 0.6 (videti UKP, metode 2, str.87), to se <u>hipoteza o normalnosti osnovnog skupa može smatrati istinitom</u>, odnosno normalni empirijski skup pripada modelu normalne raspodele.