

KATEDRA ZA PROIZVODNO MAŠINSTVO  
 UPRAVLJANJE KVALITETOM PROIZVODA (0109)  
 UPRAVLJANJE KVALITETOM PROIZVODA I (0117)

NOVEMBAR 2003. god.

I grupa

## PISMENI ISPIT

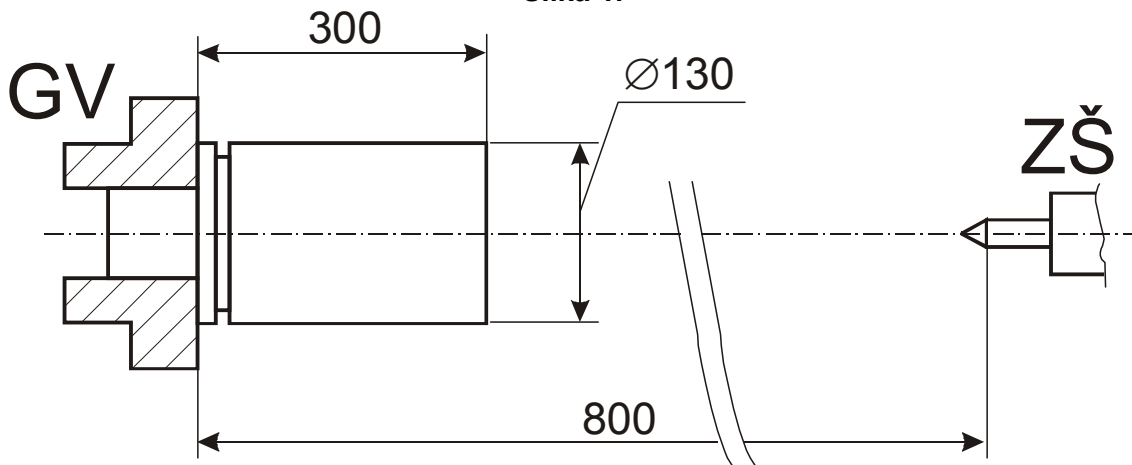
1. Proizvođač čelične žice oglasio je na prodaju kompletne svoje zalihe po veoma niskoj ceni. Jedno drugo preduzeće pristaje da otkupi čitavu količinu, pod uslovom da bar 80% kupljene žice ima jačinu niti veću od  $150 \text{ N/mm}^2$ . U cilju utvrđivanja da li se taj zahtev može ispuniti, proizvođač je izvršio ispitivanja uzorka od 50 različitih niti, čiji su rezultati dati tabelom 1. Na osnovu te tabele, nacrtan je histogram, pretpostavljen oblik odgovarajuće teorijske hipoteze i izvršena je njena verifikacija  $\lambda$ -testom, a zatim je proverena ispunjenost kupčevog zahteva. Hoće li ova dva preduzeća uspeli da naprave dogovor?

Tabela 1.

Jačina niti [ $\text{N/mm}^2$ ]	120-140	140-160	160-180	180-200	200-220	220-240	240-260	260-280
Broj niti	1	4	10	14	12	6	2	1

2. Nakon ispitivanja tačnosti izrade jednog produkcionog struga nepobitno je utvrđeno da u horizontalnoj ravni nema odstupanja paralelnosti vođica uzdužnog klizača od ose glavnog vretena. Ipak, posle obrade dela, čije su konstrukcione mere i shema stezanja prikazani slikom 1, sa radnom merom  $x_r = 130.01 \text{ mm}$ , utvrđeno je da izradak ima hiperboloidni oblik i da ostvarena mera prečnika na kraju obratka koji nije bio uklješten iznosi  $130.02 \text{ mm}$ . Utvrditi veličinu grešaka obrade usled neparalelnosti vođica i ose glavnog vretena, u karakterističnim pravcima, na čitavom rasponu između GV i zadnjeg šiljka, ako se ostale greške mogu zanemariti.

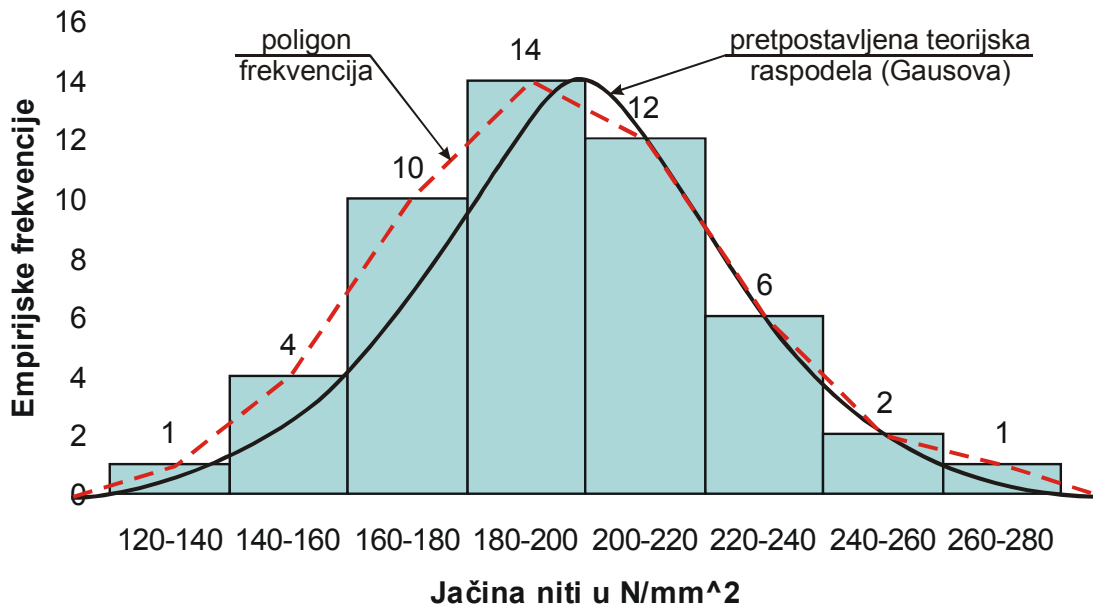
Slika 1.



**PRVA GRUPA – REŠENJA****1. ZADATAK**

Da bismo odgovorili na pitanje postavljeno u tekstu zadatka moramo da prođemo isti put koji je prešao proizvođač u ispitivanju jačine žice.

Najpre konstruišemo histogram empirijske raspodele uzorka, koji je prikazan na slici 2. Na osnovu oblika krive raspodele empirijskih frekvencija može se pretpostaviti da se uzorak pokorava normalnom zakonu raspodele.



**Slika 2:** Histogram empirijske raspodele uzorka.

Za proveru normalnosti osnovnog skupa pomoću  $\lambda$ -testa, potrebno je najpre odrediti odgovarajuće računске vrednosti parametara lokacije i disperzije uzorka, za šta koristimo tabelu 2. Svaki interval je reprezentovan svojom sredinom.

**Tabela 2.**

redni broj	$x_i$ [mm]	$f_i$	$x_i - a$	$(x_i - a)^2$	$(x_i - a) \cdot f_i$	$(x_i - a)^2 \cdot f_i$
1.	130	1	-60	3600	-60	3600
2.	150	4	-40	1600	-160	6400
3.	170	10	-20	400	-200	4000
4.	190	14	0	0	0	0
5.	210	12	20	400	240	4800
6.	230	6	40	1600	240	9600
7.	250	2	60	3600	120	7200
8.	270	1	80	6400	80	6400
		$\Sigma$ 50			$\Sigma$ 260	$\Sigma$ 42000

gde je:  $a = 190 \text{ N/mm}^2 \equiv$  vrednost sredine intervala sa najvećom frekvencijom.

Računsku vrednost aritmetičke sredine uzorka dobijamo prema sledećem obrascu:

$$\bar{x}_{\text{rac}} = a + \frac{1}{N} [\sum (x_i - a) \cdot f_i] = 190 + \frac{260}{50} = 195.2 \text{ N/mm}^2,$$

a standardnu grešku prema:

$$\sigma_{\text{rac}} = \sqrt{\frac{1}{N} \cdot [\sum (x_i - a)^2 \cdot f_i] - (\bar{x} - a)^2} = \sqrt{\frac{42000}{50} - (195.2 - 190)^2} = 28.51 \text{ N/mm}^2.$$

Provera hipoteze o normalnosti osnovnog skupa pomoću  $\lambda$ -testa, vrši se prema tabeli 3:

**Tabela 3:** Pomoćna tabela za primenu  $\lambda$ -testa.

RB	$x_i$ [mm]	$ x_i - \bar{x} $	$t = \frac{ x_i - \bar{x} }{\sigma}$	$\varphi(t)$	$f_t = \frac{d \cdot n}{\sigma} \cdot \varphi(t)$	$f_e$	$N_e$	$N_t$	$ N_e - N_t $
1.	130	65.2	2.29	0.03	1.02	1	1	1.02	0.02
2.	150	45.2	1.59	0.11	3.98	4	5	5.01	0.01
3.	170	25.2	0.88	0.27	9.47	10	15	14.47	0.53
4.	190	5.2	0.18	0.39	13.76	14	29	28.24	0.76
5.	210	14.8	0.52	0.35	12.23	12	41	40.47	0.53
6.	230	34.8	1.22	0.19	6.64	6	47	47.11	0.11
7.	250	54.8	1.92	0.06	2.21	2	49	49.31	0.31
8.	270	74.8	2.62	0.01	0.45	1	50	49.76	0.24
$\Sigma$						<b>49.76</b>	<b>50</b>		

Vrednosti za  $\varphi(t)$  su izračunate pomoću formule:

$$\varphi(t) = \frac{e^{-\frac{t^2}{2}}}{\sqrt{2\pi}}.$$

One mogu biti uzete i prema UKP, metode 2, tab.I, str.237, ali se računski metod više preporučuje, jer je lakši (izbegava se korišćenje interpolacije) i tačniji.

Ostale veličine korišćene u ovoj tabeli su:

- teorijska frekvencija empirijskog rasporeda:

$$f_t = \frac{d \cdot n}{\sigma} \cdot \varphi(t) = \frac{20 \cdot 50}{28.51} \cdot \varphi(t) = 35.08 \cdot \varphi(t),$$

- $d = 20 \equiv$  širina grupnog intervala,
- $n = 50 \equiv$  broj elemenata u uzorku,
- $N_e \equiv$  kumulativna empirijska frekvencija,
- $N_t \equiv$  kumulativna teorijska frekvencija.

Pošto maksimalna razlika kumulativnih empirijskih i teorijskih frekvencija iznosi:

$$\max\{|N_e - N_t|\} = 0.76,$$

to se iz sledeće jednačine dobija vrednost veličine  $\lambda$ :

$$\lambda = \frac{\max\{|N_e - N_t|\}}{n} \cdot \sqrt{n} = \frac{0.76}{50} \cdot \sqrt{50} = 0.11.$$

Prema UKP M2, tab.VII, str.242, uzevši u obzir da je:

$$\lambda = 0.11 < 0.30,$$

sledi da je:

$$P(\lambda) = 1$$

Pošto je  $P(\lambda) = 1 > 0.6$  (videti UKP, metode 2, str.87), to se hipoteza o normalnosti osnovnog skupa može smatrati istinitom, odnosno empirijski skup odgovara modelu normalne raspodele.

Ostaje još samo da proverimo koliki procenat niti ima jačinu veću od  $150 \text{ N/mm}^2$ . Verovatnoća da nit ima jačinu veću od  $150 \text{ N/mm}^2$  računa se prema obrascu:

$$P(x > 150) = 1 - P(x < 150) = 1 - [0.5 + \Phi(t_{150})],$$

gde je:

$$t = \frac{x - \bar{x}}{\sigma} \Rightarrow t_{150} = \frac{150 - 195.2}{28.5} = -1.59,$$

pa prema UKP, metode 1, tablica 1, strana 372:

$$\Phi(t_{150}) = \Phi(-1.59) = -\Phi(1.59) = -0.444.$$

Konačno dobijamo traženu verovatnoću:

$$P(x > 150) = 1 - (0.5 - 0.444) = 1 - 0.5 + 0.444 = 0.944,$$

koja nam kazuje da će 94.4% niti imati jačinu veću od 150 N/mm<sup>2</sup>, što je više od minimalno prihvatljivog procenta za kupca (80%, prema tekstu zadatka). To znači da će kupac i prodavac napraviti dogovor o kupovini čitavih zaliha žice.

## 2. ZADATAK

Priraštaj prečnika obratka u zavisnosti od grešaka neparalelnosti vođica u odnosu na osu glavnog vretena u karakterističnim pravcima  $\Delta_y$  i  $\Delta_z$  računa se prema obrascu:

$$\Delta D = 2 \sqrt{\left( \frac{\Delta_y}{L} \cdot x + \frac{D_o}{2} \right)^2 + \frac{\Delta_z^2}{L^2} \cdot x^2} - D_o,$$

koji se, s obzirom na podatak iz teksta zadatka da izradak ima hiperboloidni oblik (na osnovu čega zaključujemo da je  $\Delta_z \neq 0$ ), a da sigurno nema odstupanja od paralelnosti u horizontalnoj ravni (što praktično znači da je  $\Delta_y = 0$ ), svodi na oblik:

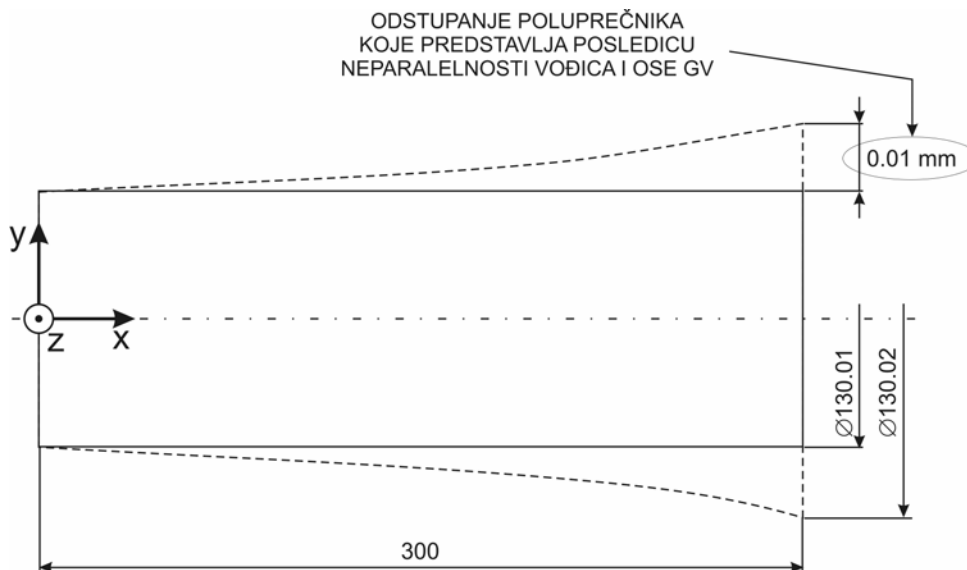
$$\Delta D = 2 \sqrt{\left( \frac{D_o}{2} \right)^2 + \frac{\Delta_z^2}{L^2} \cdot x^2} - D_o,$$

odakle dobijamo drugu traženu grešku:

$$\Delta_z = \frac{L}{x} \cdot \sqrt{\left( \frac{D_o + \Delta D}{2} \right)^2 - \left( \frac{D_o}{2} \right)^2} = \frac{800}{300} \cdot \sqrt{\left( \frac{130.02}{2} \right)^2 - \left( \frac{130.01}{2} \right)^2} = 2.15 \text{ mm.}$$

U prethodnim jednačinama figurisali su sledeći podaci:

- Prečnik izratka (da nema grešaka neparalelnosti vođica i ose GV):  $D_o = 130 + 0.01$  mm,
- Dužina izratka:  $x = 300$  mm, i
- Dužina raspona između glavnog vretena, odn. stezne glave i zadnjeg šiljka:  $L = 800$  mm,
- Greška usled neparalelnosti vođica i GV na dužini izratka (sl.3) :  $\Delta D = 130.02 - 130.01 = 0.01$  mm.



**Slika 3:** Oblik izvodnice izratka, za slučaj  $\Delta_y = 0$  i  $\Delta_z \neq 0$ .