

KATEDRA ZA PROIZVODNO MAŠINSTVO
 UPRAVLJANJE KVALITETOM PROIZVODA (0109)
 UPRAVLJANJE KVALITETOM PROIZVODA I (0117)

JANUAR 2004. god.

I grupa

PISMENI ISPIT

1. Na jednom strugu izrađuje se karakteristika kvaliteta $d = 30 \pm ?$ mm. Nakon obrade prethodne serije delova izvučeno je 25 uzoraka sa po 9 elemenata. Merenjem posmatrane karakteristike kvaliteta na svih 225 izvučenih delova dobijeni su sledeći parametri lokacije i rasipanja, po uzorcima (tabela1):

Tabela 1.

RB	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
x-bar	29.96	30.01	29.94	30.01	30.06	29.98	30.01	29.96	30.06	30.01	30.03	30.01
?	0.29	0.26	0.20	0.07	0.20	0.29	0.13	0.24	0.26	0.13	0.30	0.20

13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
29.96	30.06	30.01	30.06	29.96	30.01	30.01	30.04	30.07	30.01	29.98	30.04	30.01
0.11	0.26	0.2	0.16	0.23	0.07	0.20	0.13	0.20	0.29	0.10	0.20	0.26

Potrebno je:

- Formirati odgovarajuće kontrolne karte za ocenu stabilnosti proteklog procesa.
 - Ukoliko je protekli proces bio stabilan, kolike bi trebalo da budu tolerancijske granice za karakteristiku d , da bi protekli proces bio granično tačan? Nacrtati kontrolne karte za ocenu stabilnosti tekućeg procesa za takav slučaj tačnosti.
2. Prijemnoj kontroli je isporučeno 80 serija sa po 12000 delova. Prijemna kontrola se obavlja jednostrukim planom prijema, čiji su parametri: $n = 400$, $c = 5$. Potrebno je da se odredi:
- Kriva operativne karakteristike, polazeći od Poasonovog rasporeda;
 - Prihvatljivi i odbijajući nivo kvaliteta za definisane vrednosti rizika prve (3%) i druge vrste (9%);
 - Kriva prosečnog izlaznog nivoa kvaliteta celokupne isporučene serije;
 - Ukupan broj defektnih delova u svih 80 isporučenih serija delova pretpostavljenog ulaznog kvaliteta od 0.015.

PRVA GRUPA – REŠENJA**1. ZADATAK**

Pošto je $n < 10$ zaključujemo da treba konstruisati dvostruku $\bar{x} - R$ kontrolnu kartu.

Prema UKP M1, str. 378, tab. 5, nalazimo faktore za centralne linije i kontrolne granice za protekli proces za $n=9 \Rightarrow d_2=2.970; A_2=0.337; D_3=0.184; D_4=1.816$.

Na osnovu toga, dobijamo centralne linije i kontrolne granice:

- za R-kartu:

$$CL_{\bar{R}} = \bar{R} = \frac{1}{25} \sum_{i=1}^{25} R_i = 0.1992 \text{ mm},$$

$$GKG_{\bar{R}} = D_4 \cdot \bar{R} = 1.816 \cdot 0.1992 = 0.3617 \text{ mm},$$

$$DKG_{\bar{R}} = D_3 \cdot \bar{R} = 0.184 \cdot 0.1992 = 0.0367 \text{ mm};$$

- za \bar{x} -kartu:

$$CL_{\bar{x}} = \bar{\bar{x}} = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k \bar{x}_i = \frac{1}{25} \sum_{i=1}^{25} \bar{x}_i = 30.0104 \text{ mm},$$

$$GKG_{\bar{x}} = \bar{\bar{x}} + A_2 \cdot \bar{R} = 30.0104 + 0.337 \cdot 0.1992 = 30.0775 \text{ mm},$$

$$DKG_{\bar{x}} = \bar{\bar{x}} - A_2 \cdot \bar{R} = 30.0104 - 0.337 \cdot 0.1992 = 29.9433 \text{ mm}.$$

Kontrolne karte za ocenu stabilnosti proteklog procesa prikazane su slikom 1.

Vidimo da tačka koja odgovara uzorku sa rednim brojem 3 ispada van kontrolnih granica na \bar{x} -karti, a to znači da je moramo eliminisati i sa R-karte. Pošto se radi samo o jednoj tački van kontrolnih granica, pretpostavljamo da se radi o nekoj gruboj grešci, izbacujemo taj uzorak iz daljeg razmatranja i ponovo računamo centralne linije i kontrolne granice sa smanjenim brojem uzoraka:

- za R-kartu:

$$CL_{\bar{R}'} = \bar{R}' = \frac{1}{24} \sum_{i=1}^{24} R_i = 0.1992 \text{ mm},$$

$$GKG_{\bar{R}'} = D_4 \cdot \bar{R}' = 1.816 \cdot 0.1992 = 0.3617 \text{ mm},$$

$$DKG_{\bar{R}'} = D_3 \cdot \bar{R}' = 0.184 \cdot 0.1992 = 0.0367 \text{ mm};$$

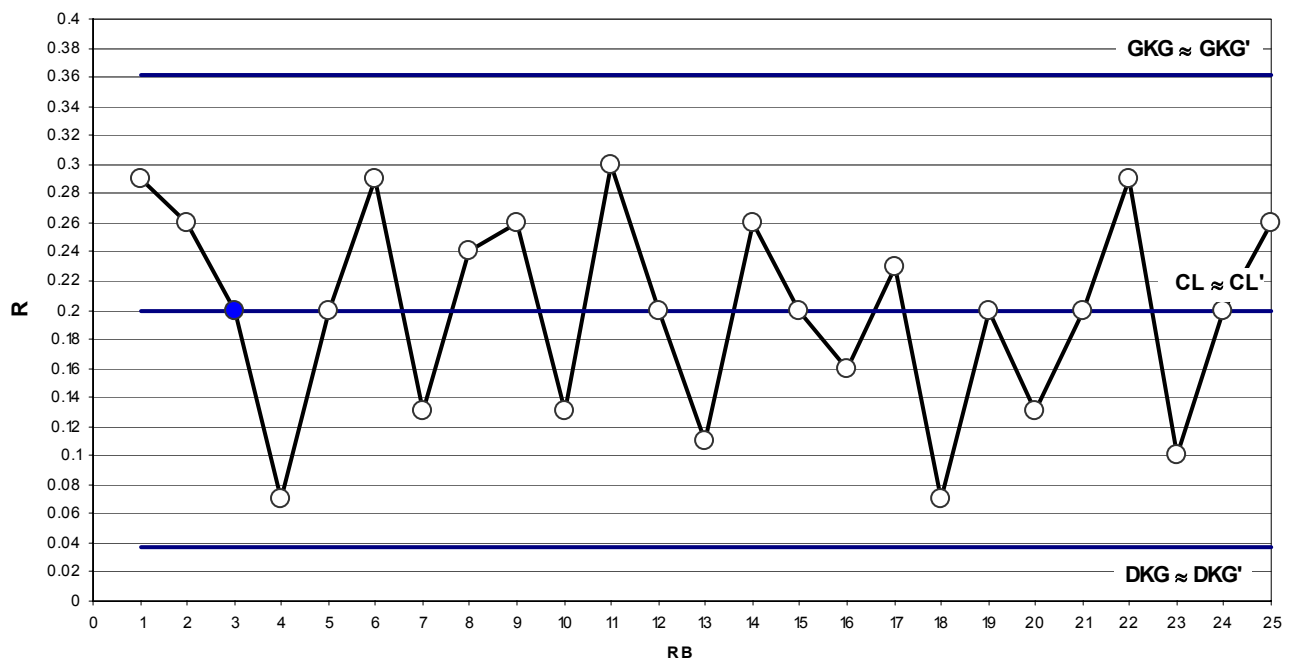
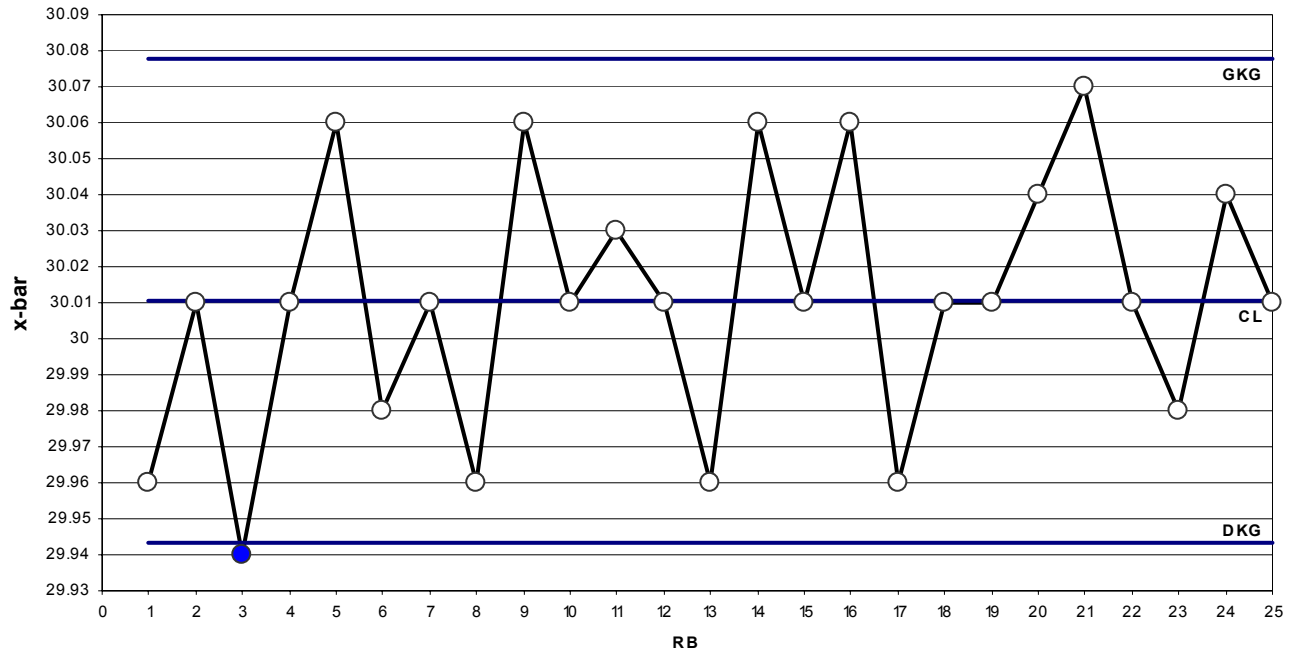
- za \bar{x} -kartu:

$$CL_{\bar{x}'} = \bar{\bar{x}}' = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k \bar{x}_i = \frac{1}{24} \sum_{i=1}^{24} \bar{x}_i = 30.0133 \text{ mm},$$

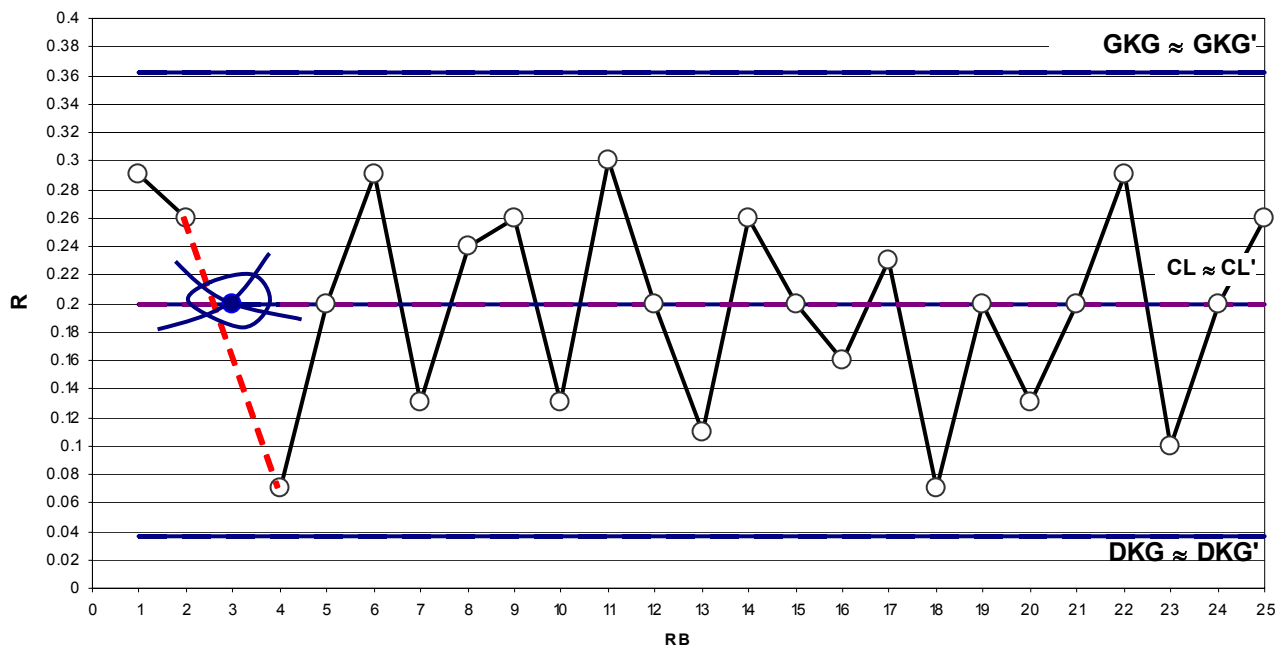
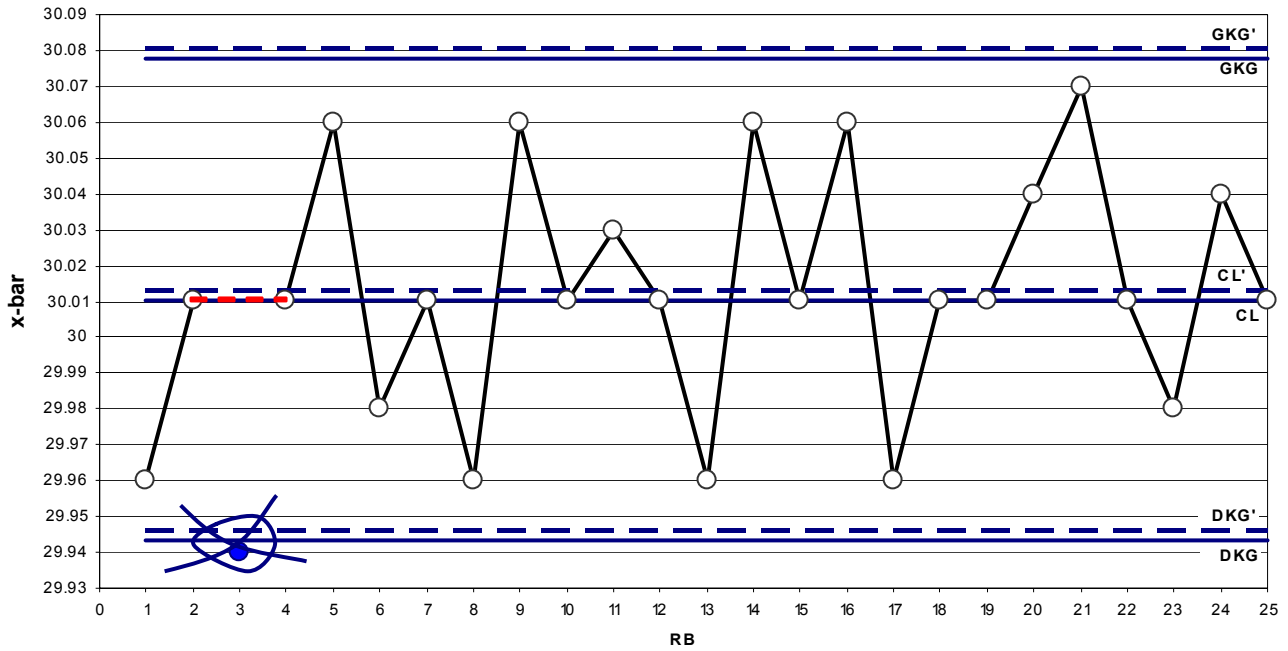
$$GKG_{\bar{x}'} = \bar{\bar{x}}' + A_2 \cdot \bar{R}' = 30.0133 + 0.337 \cdot 0.1992 = 30.0804 \text{ mm},$$

$$DKG_{\bar{x}'} = \bar{\bar{x}}' - A_2 \cdot \bar{R}' = 30.0133 - 0.337 \cdot 0.1992 = 29.9462 \text{ mm}.$$

Kontrolne karte za ocenu stabilnosti proteklog procesa, sa smanjenim brojem uzoraka, prikazane su slikom 2.



Slika 1: Kontrolna \bar{x} – R karta za protekli proces.



Slika 2: Kontrolna \bar{x} – R karta za protekli proces, sa smanjenim brojem uzoraka.

Vidimo da sada nema tačka van kontrolnih granica. Zaključujemo da se protekli proces može smatrati **stabilnim (statistički ovladanim)**, pa proveravamo da li je bio pod kontrolom (tj. da li je bio tačan), preko reprezentativnih vrednosti aritmetičke sredine i standardne devijacije:

$$\bar{x}_r = \bar{\bar{x}}' = \frac{1}{k'} \sum_{i=1}^{k'} \bar{x}_i = \frac{1}{24} \sum_{i=1}^{24} \bar{x}_i = 30.0133 \text{ mm},$$

$$\sigma_r = \frac{1}{d_2} \bar{R}' = \frac{1}{2.97} \cdot \frac{1}{24} \sum_{i=1}^{24} R_i = \frac{1}{2.97} \cdot 0.1992 = 0.0671 \text{ mm}.$$

Za slučaj granične tačnosti proteklog procesa važi:

$$x_g = \bar{x}_r + 3\sigma_r = 30.0133 + 3 \cdot 0.0671 = 30.2145 \text{ mm},$$

$$x_d = \bar{x}_r - 3\sigma_r = 30.0133 - 3 \cdot 0.0671 = 29.8122 \text{ mm},$$

što znači da ispitivana karakteristika kvaliteta morala da ima sledeće tolerancijske granice da bi zadovoljila uslov granične tačnosti:

$$d = 30_{-0.1878}^{+0.2145} \text{ mm}.$$

Da bismo mogli da konstruišemo kontrolne karte za tekući proces moramo iz UKP M1, tab.6, str.378, za $n = 9 < 10$, izvući vrednosti sledećih koeficijenata: $A = 1$, $D_2 = 5.394$, $D_1 = 0.546$, koje su nam potrebne za dobijanje centralnih linija i kontrolnih granica, prema sledećim obrascima:

- za \bar{x} -kartu:

$$CL_{\bar{x}} = x_{sr} = \frac{x_g + x_d}{2} = \frac{30 + 0.2145 + 30 - 0.1878}{2} = 30.0133 \text{ mm},$$

$$GKG_{\bar{x}} = x_{sr} + A'T = x_{sr} + \frac{A}{6} \cdot (x_g - x_d) = 30.0133 + \frac{1}{6} \cdot [30 + 0.2145 - (30 - 0.1878)] = 30.0804 \text{ mm},$$

$$DKG_{\bar{x}} = x_{sr} - A'T = x_{sr} - \frac{A}{6} \cdot (x_g - x_d) = 30.0133 - \frac{1}{6} \cdot [30 + 0.2145 - (30 - 0.1878)] = 29.9462 \text{ mm};$$

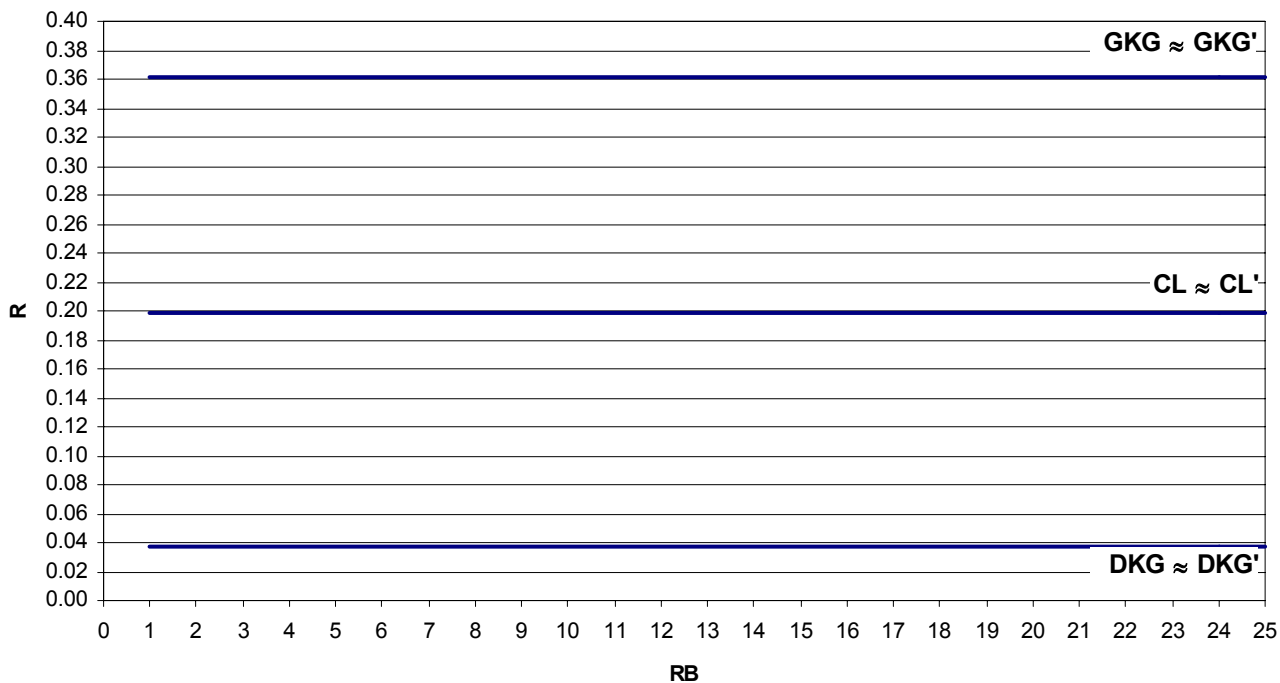
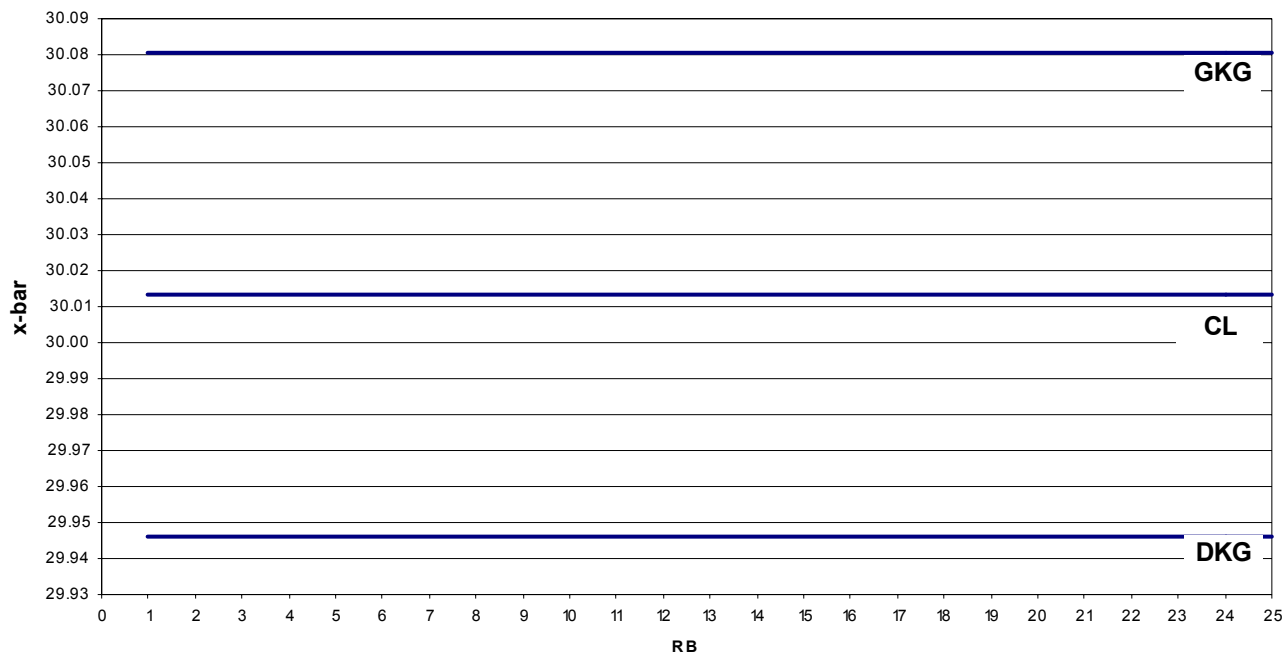
- za R-kartu:

$$CL_R = d_2'T = d_2'(x_g - x_d) = \frac{d_2}{6} (x_g - x_d) = \frac{2.97}{6} [30 + 0.2145 - (30 - 0.1878)] = 0.1992 \text{ mm},$$

$$GKG_R = D_2'T = \frac{D_2}{6} \cdot (x_g - x_d) = \frac{5.394}{6} \cdot [30 + 0.2145 - (30 - 0.1878)] = 0.3617 \text{ mm},$$

$$DKG_R = D_1'T = \frac{D_1}{6} \cdot (x_g - x_d) = \frac{0.546}{6} \cdot [30 + 0.2145 - (30 - 0.1878)] = 0.0366 \text{ mm}.$$

Sada imamo sve podatke potrebne za konstruisanje kontrolne \bar{x} -R karte za tekući proces, koja je prikazana na slici 3.



Slika 3: Kontrolna \bar{x} – R karta za tekući proces.

2. ZADATAK

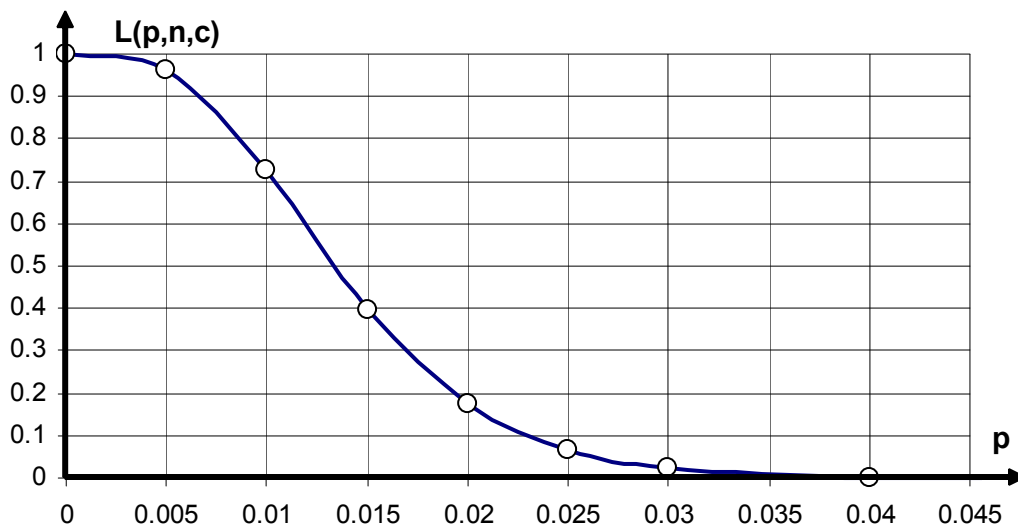
a) Kriva operativne karakteristike (sl. 4), polazeći od Poasonovog rasporeda, definisana je jednačinom:

$$P_a = L(p, n, c) = \sum_{k=0}^c \frac{(n \cdot p)^k}{k!} \cdot e^{-n \cdot p} = \sum_{k=0}^5 \frac{(400 \cdot p)^k}{k!} \cdot e^{-400 \cdot p},$$

i ona se, na jednostavniji način, može nacrtati provlačenjem kroz tačke dobijene pomoću tabele 2, za različite vrednosti nivoa kvaliteta p:

Tabela 2: Pomoćna tabela za crtanje $L(p, n, c)$.

p	np	L(n,p,c)
0.005	2.00	0.983
0.010	4.00	0.785
0.015	6.00	0.446
0.020	8.00	0.191
0.025	10.00	0.067
0.030	12.00	0.020
0.040	16.00	→ 0



Slika 4: Kriva operativne karakteristike (Poasonov raspored).

b) Prihvatljivi i odbijajući nivo kvaliteta:

Na osnovu rizika 1. i 2. vrste dobijamo odgovarajuće vrednosti verovatnoće Poasonovog rasporeda:

- $\alpha = 0.03$ (rizik 1. vrste) $\Rightarrow L(p_1, n = 400, c = 5) = 1 - \alpha = 0.97$,
- $\beta = 0.09$ (rizik 2. vrste) $\Rightarrow L(p_2, n = 400, c = 5) = \beta = 0.09$,

a odatle, interpolacijom, na osnovu UKP M1, tab.7, dobijamo:

- prihvatljivi nivo kvaliteta: $p_1 \approx 0.0057 = 0.57\%$, odn.
- odbijajući nivo kvaliteta: $p_2 \approx 0.0238 = 2.38\%$.

c) Kriva prosečnog izlaznog kvaliteta celokupne isporučene serije crta se na osnovu opšte jednačine:

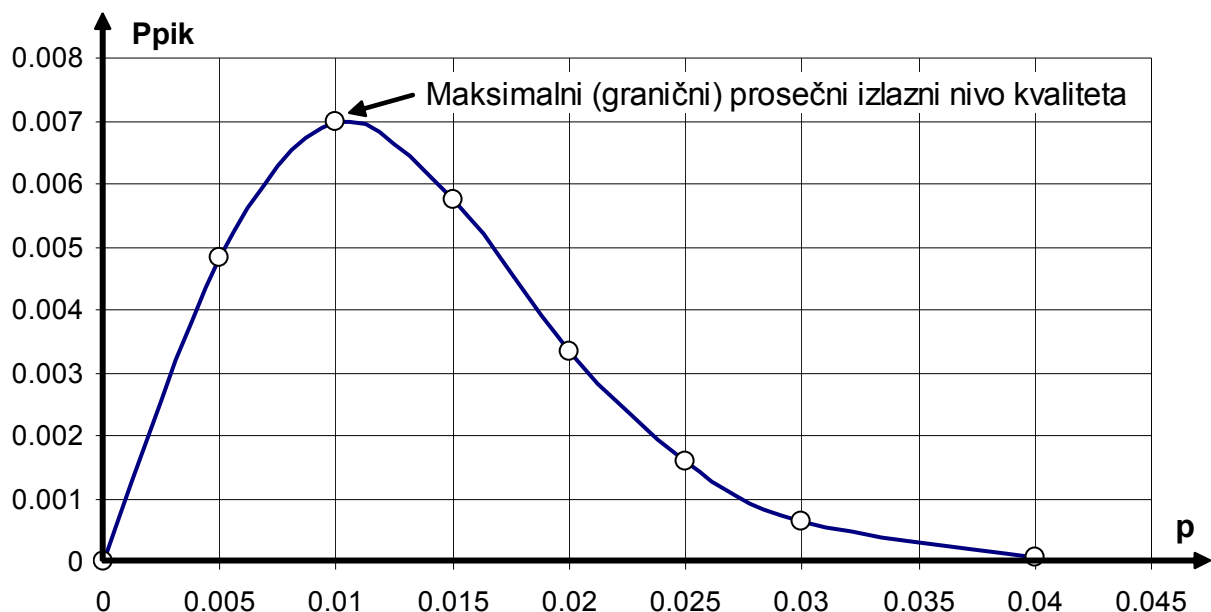
$$P_{\text{pik}} = \left(1 - \frac{n}{N}\right) \cdot p \cdot L(p, n, c) = \left(1 - \frac{400}{12000}\right) \cdot p \cdot L(p, n, c) = 0.967 \cdot p \cdot L(p, n, c),$$

uz korišćenje pomoćne tabele 3,

Tabela 3: Pomoćna tabela za crtanje P_{pik}

p	L(n,p,c)	p · L(n,p,c)	P_{pik}
0.005	0.983	0.004915	0.00475
0.010	0.785	0.00785	0.00759
0.015	0.446	0.00669	0.00647
0.020	0.191	0.00382	0.00369
0.025	0.067	0.001675	0.00162
0.030	0.02	0.0006	0.00058
0.040	→ 0	→ 0	→ 0

i prikazana je slikom 5.

**Slika 5:** Kriva prosečnog izlaznog nivoa kvaliteta

d) Ukupan broj defektnih delova u svih 80 isporučenih serija delova pretpostavljenog ulaznog kvaliteta $p = 0.015$ dobijamo u sledećih nekoliko koraka:

- Obrazac za prosečni izlazni nivo kvaliteta u funkciji od p glasi:

$$P_{pik} = \left(1 - \frac{n}{N}\right) \cdot p \cdot L(p, n, c),$$

koji, kada se u njega unesu podaci iz postavke zadatka i sa slike 1, dobija oblik:

$$P_{pik}(p = 0.015) = \left(1 - \frac{400}{12000}\right) \cdot 0.015 \cdot L(0.015, 400, 5) = \left(1 - \frac{400}{12000}\right) \cdot 0.015 \cdot 0.446 = 0.00647.$$

- Verovatnoća $P_a = L(0.015, 400, 5) = 0.446 = 44.6\%$ pokazuje da će $0.446 \cdot 80 = 35.68 \approx 35$ serija biti prihvaćeno (zaokružujemo na prvi manji ceo broj). Ostalih 45 serija biće ispitano metodom stoprocentne kontrole, pri čemu se defektni delovi zamenjuju dobrim proizvodima.
- U isporuci od 80 serija posle procesa kontrole i zamene defektnih delova ispravnim delovima biće ukupno $P_{pik} = 0.00647 = 0.647\%$ defektnih delova.
- Pošto u 45 serija nema defektnih delova (stoprocentna kontrola), računamo broj defektnih delova samo u $K = 35$ serija, koje su prihvaćene sistemom uzoraka:

$$N_d = K \cdot p \cdot (N - n) = 35 \cdot 0.015 \cdot (12000 - 400) = \mathbf{6090} \text{ delova.}$$