KATEDRA ZA PROIZVODNO MAŠINSTVO **FEBRUAR 2004. god.**
UPRAVLJANJE KVALITETOM PROIZVODA (0109)
UPRAVLJANJE KVALITETOM PROIZVODA I (0117) **I grupa**

PISMENI ISPIT

1. Na mašinskom delu koji se serijski izrađuje kontroliše se spoljašnja mera ∅107h7 mm, za koju je izvučeno 20 uzoraka sa po 8 primeraka u uzorku. Kontrolom su dobijene vrednosti statističkih parametara prikazane tabelom 1 (u koloni aritmetičkih sredina data su odstupanja od nominalne vrednosti).

Tabela 1

RB	$\bar{x}$ [mm]	Mera rasipanja [mm]	RB	$\bar{x}$ [mm]	Mera rasipanja [mm]	RB	$\bar{x}$ [mm]	Mera rasipanja [mm]	RB	$\bar{x}$ [mm]	Mera rasipanja [mm]
1.	–.030	0.012	6.	–.015	0.021	11.	–.018	0.030	16.	–.023	0.033
2.	–.008	0.018	7.	–.019	0.021	12.	–.014	0.036	17.	–.034	0.003
3.	–.029	0.021	8.	–.014	0.042	13.	–.028	0.015	18.	–.013	0.030
4.	–.033	0.009	9.	–.020	0.021	14.	–.010	0.012	19.	–.029	0.021
5.	–.012	0.009	10.	–.018	0.024	15.	–.017	0.039	20.	–.026	0.030

Potrebno je, uz davanje odgovarajućih komentara:

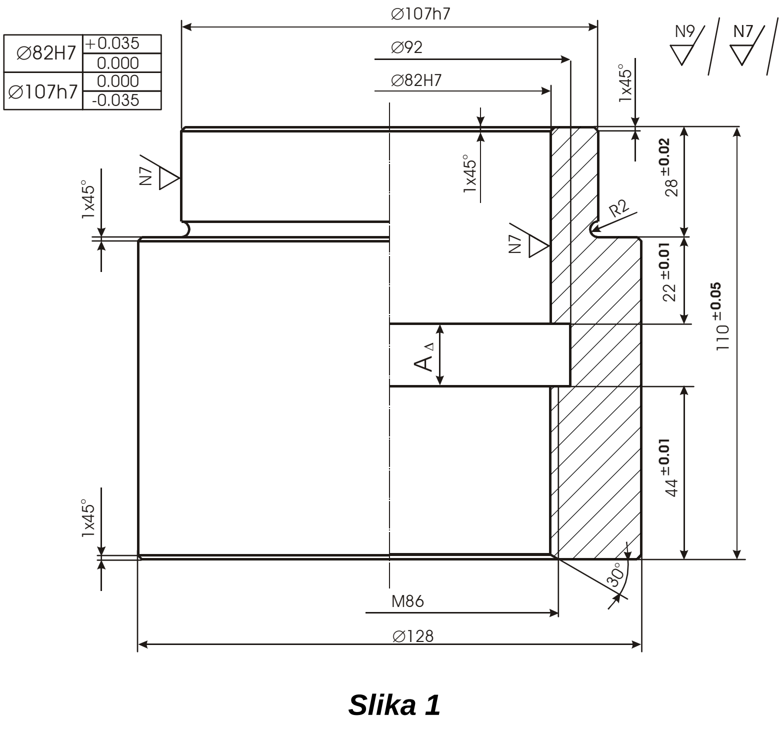
a) Testirati hipotezu o postojanju grube greške u elementima datog empirijskog skupa, za nivo značajnosti q = 2.5%;

b) Grafički predstaviti odnos zadatog i prirodnog intervala tolerancije. Odrediti procentualnu veličinu eventualnog škarta (procenat neusaglašenosti izvan granica tehničke tačnosti).

2. Na delu, prikazanom slikom 1, dimenzionisan je merni lanac, čiji je završni član označen simbolom A_{Δ}. Kroz ranije eksperimentalne analize datog tehnološkog procesa utvrđene su, za sve članove mernog lanca, jednake vrednosti koeficijenata relativnog rasturanja i koeficijenata asimetrije, koje iznose, sukcesivno, 1.14 i –0.28. Koristeći empirijski postupak:

a) Odrediti meru A_{Δ} metodom potpune zamenljivosti.

b) Odrediti meru A_{Δ} metodom nepotpune zamenljivosti. Po kakvom se zakonu raspoređuju članovi mernog lanca? Koja metoda daje ekonomski isplativije rezultate i zašto?



Slika 1

PRVA GRUPA

1. ZADATAK

a) Testiranje hipoteze o postojanju grube greške u elementima empirijskog skupa

U prvom delu ovog zadatka je potrebno proveriti hipotezu o postojanju grube greške u elementima empirijskog skupa u slučaju kada parametri lokacije i standardne devijacije osnovnog skupa nisu poznati. Zato je neophodno najpre proceniti parametre osnovnog skupa na osnovu izvučenih k = 25 uzoraka.

Aritmetičku sredinu osnovnog skupa procenjujemo aritmetičkom sredinom aritmetičkih sredina uzoraka:

$$\overline{X} = \overline{\overline{x}} = \frac{1}{k}\sum_{i=1}^{k}\overline{x}_i = 107 - \frac{1}{20}\cdot(-0.410) = 107 - 0.0205 = 106.9795 \text{ mm.}$$

Pošto je obim uzorka (8 primeraka u uzorku) manji od 10, zaključujemo da je zadata mera rasipanja raspon R, pa standardnu devijaciju osnovnog skupa ocenjujemo na sledeći način:

$$\sigma_0 = \sqrt{\frac{k}{k-1}}\cdot\sigma = \sqrt{\frac{k}{k-1}}\cdot\frac{\overline{R}}{d_2} = \sqrt{\frac{k}{k-1}}\cdot\frac{1}{d_2}\cdot\frac{1}{k}\sum_{i=1}^{k}R_i$$

$$\sigma_0 = \sqrt{\frac{20}{(20-1)}}\cdot\frac{1}{2.847}\cdot\frac{1}{20}\cdot 0.447 = 0.00805 \text{ mm.}$$

Napomene:

- Pošto je broj uzoraka manji od 31, koristimo popravljenu ocenu standardne devijacije osnovnog skupa.
- Ovde sa $\overline{X}$ i σ_0 obeležavamo ocene aritmetičke sredine i standardne devijacije osnovnog skupa.
- Koeficijent d_2 određujemo prema UKP M2, tab.14, za obim uzorka n = 8.
- Standardna devijacija osnovnog skupa se mogla oceniti i preko definicione jednačine za standardnu devijaciju uzorka, uz uvođenje popravke jer se radi o malom broju uzoraka (manji od 31):

$$\sigma_0 = \sqrt{\frac{1}{k-1}\cdot\sum_{i=1}^{k}(\overline{x}_i - \overline{\overline{x}})^2} = \sqrt{\frac{1}{20-1}\cdot\sum_{i=1}^{20}(\overline{x}_i - 106.9795)^2} = \sqrt{\frac{1}{20-1}\cdot 0.001203} = 0.007957 \text{ mm.}$$

  Da se ovde radi o rezultatima prirodnog procesa a ne o izmišljenom zadatku, ove dve vrednosti bi trebalo da budu još približnije jednake. U svakom slučaju, oba rešenja se mogu priznati kao tačna.

Postavljamo hipotezu da elementi empirijskog skupa (za koji pretpostavljamo da podleže zakonu normalne raspodele), ne sadrže grubu grešku. Vrednost koja najviše odstupa od procenjene aritmetičke sredine osnovnog skupa je minimalna od svih vrednosti aritmetičkih sredina pojedinačnih uzoraka, koja iznosi:

$$\overline{x}_{min} = 107 – 0.034 = 106.966 \text{ mm.}$$

Nju upoređujemo sa kritičnom granicom $\mathbf{u_q}$, koja se u slučaju kada parametri osnovnog skupa nisu poznati, već procenjeni, izračunava prema obrascu:

$$u_q = \overline{X} - g_q\cdot\sigma_0 = 106.9795 - 2.778\cdot 0.00805 = 106.9571 \text{ mm,}$$

pri čemu se parametar g_q uzima prema UKP M2, tab.12, za zadati nivo značajnosti 2.5% i veličinu uzorka k = 20 (napomena: ovde se pojedini uzorci dati u tabeli u postavci zadatka tretiraju kao elementi u ukupnom uzorku).

Pošto je $\overline{x}_{min} > u_q$ zaključujemo da se nulta hipoteza ne sme odbaciti, tj. elementi empirijskog skupa ne sadrže u sebi grubu grešku.

Napomena: Studenti koji su izračunavali standardnu devijaciju preko definicionog obrasca dobijaju približno isti rezultat sa istim zaključkom.

b) Analiza tačnosti i veličine škarta

Zadata tolerancija procesa iznosi:

$$T = x_g - x_d = 0 - (-0.036) = 0.036 \text{ mm.}$$

Prirodnu toleranciju procesa računamo prema obrascu:

$$T_p = 6\sigma = 6 \cdot 0.00805 = 0.0483 \text{ mm.}$$

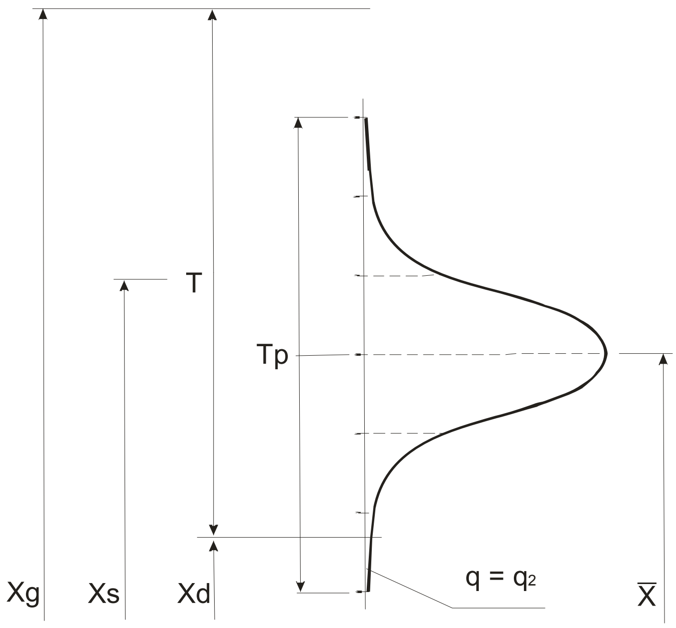
Koeficijent tačnosti procesa iznosi:

$$\mu_1 = \frac{T_p}{T} = \frac{0.0483}{0.036} = 1.342, > 1,$$

na osnovu čega zaključujemo da **prvi uslov tačnosti nije ispunjen**. To znači da proces nije stabilan, pa samim tim ne može biti ni tačan i zato ne proveravamo drugi uslov tačnosti, odnosno ne izračunavamo računski i dozvoljeni koeficijent regulisanja.

Radi dobijanja grafičkog prikaza (slika 2) odnosa prirodne i zadate tolerancije potrebno je još da izračunamo sredine polja zadate tolerancije:

$$x_s = \frac{x_g + x_d}{2} = \frac{107 + (107 - 0.036)}{2} = 106.982 \text{ mm.}$$



***Slika 2:** Grafički prikaz odnosa prirodne i zadate tolerancije.*

Procenat delova kod kojih se ispitivana karakteristika nalazi ispod minimalne dozvoljene granice računa se prema obrascu:

$$q_2 = 0.5 - \Phi\left(\frac{\overline{X} - x_d}{\sigma_0}\right) = 0.5 - \Phi\left(\frac{106.9795 - 106.964}{0.00805}\right) = 0.5 - \Phi(1.9255) = 0.5 - 0.4729 = 0.0271,$$

$$q_2 = 2.71\ \%.$$

Ovi se delovi, kod spoljašnjih mera, ne mogu doraditi.

Procenat delova kod kojih se ispitivana karakteristika nalazi iznad maksimalne dozvoljene granice, prema prethodnoj slici, za uslov tehničke tačnosti, može se smatrati jednakim nuli.

2. ZADATAK

a) Metod apsolutne (potpune) zamenljivosti, empirijski postupak

Nominalnu vrednost završnog člana mernog lanca sa slike 3, prema metodu apsolutne zamenljivosti i empirijskim postupkom određujemo na sledeći način:

$$A_{\Delta} = A_1 - (A_2 + A_3 + A_4) = 110 - (28 + 22 + 44) = 16 \text{ mm},$$

gornju i donju graničnu meru dobijamo prema:

$$A_{\Delta g} = A_{1g} - (A_{2d} + A_{3d} + A_{4d}) = 110 + 0.05 - (28 - 0.02 + 22 - 0.01 + 44 - 0.01) = 16.09 \text{ mm},$$

$$A_{\Delta d} = A_{1d} - (A_{2g} + A_{3g} + A_{4g}) = 110 - 0.05 - (28 + 0.02 + 22 + 0.01 + 44 + 0.01) = 15.91 \text{ mm}.$$

Širinu tolerancijskog polja završnog člana možemo odrediti na dva načina:

- preko najvećih dozvoljenih vrednosti:

$$\delta_{\Delta}^{mpz} = T_{\Delta} = A_{\Delta g} - A_{\Delta d} = 16.09 - 15.91 = 0.18 \text{ mm},$$

- ili preko najvećih dozvoljenih odstupanja (ε_{gi}, ε_{di}), odnosno širina tolerancijskih polja sastavnih članova (δ_i), uz pomoć tabele 2 (m je ukupan broj članova mernog lanca, uključujući i završni):

$$\delta_{\Delta} = \sum_{i=1}^{m-1} \delta_i = \sum_{i=1}^{5-1} (\varepsilon_{gi} - \varepsilon_{di}) = 0.18 \text{ mm}.$$

Tabela 2.

i	A_i [mm]	ε_{gi}	ε_{di}	δ_i
1	110±0.05	+0.05	–0.05	0.10
2	28±0.02	+0.02	–0.02	0.04
3	22±0.01	+0.01	–0.01	0.02
4	44±0.01	+0.01	–0.01	0.02
Δ	16±0.09			0.18

b) Metod nepotpune zamenljivosti, empirijski postupak

Prema tekstu zadatka, vrednosti koeficijenata relativnog rasturanja i koeficijenata asimetrije jednake su za sve članove mernog lanca i iznose:

$$k_i = k_{\Delta} = 1.14, \text{ odn. } \alpha_i = \alpha_{\Delta} = -0.28, \; i = 1,2,3,4,$$

na osnovu čega, prema OTML, tab.3, str.73, zaključujemo da se svi članovi mernog lanca raspoređuju po Maksvelovom rasporedu.

Srednju vrednost završnog člana određujemo prema obrascu:

$$A_{\Delta s} = \sum_{i=1}^{n} \left(A_{si} + \alpha_i \frac{\delta_i}{2} \right) - \sum_{i=n+1}^{m-1} \left(A_{si} + \alpha_i \frac{\delta_i}{2} \right),$$

gde je n broj uvećavajućih članova mernog lanca.

Prethodni obrazac se, uvođenjem prenosnih odnosa: a = +1 za uvećavajuće, odnosno a = –1 za umanjujuće članove mernog lanca, može transformisati u:

$$A_{\Delta s} = \sum_{i=1}^{m-1} a_i \cdot \left(A_{si} + \alpha_i \frac{\delta_i}{2} \right).$$

Potrebne vrednosti za primenu ovog obrasca izračunavamo pomoću tabele 3:

Tabela 3.

i	A_i [mm]	ε_{gi}	ε_{di}	a_i	$A_{si}=A_i+(\varepsilon_{gi}+\varepsilon_{di})/2$	α_i	k_i	δ_i
1	110	+0.05	–0.05	+1	110	-0.28	+1.14	0.10
2	28	+0.02	–0.02	–1	28	-0.28	+1.14	0.04
3	22	+0.01	–0.01	–1	22	-0.28	+1.14	0.02
4	44	+0.01	–0.01	–1	44	-0.28	+1.14	0.02

pa napokon dobijamo:

$$A_{\Delta s} = 15.9972 \text{ mm.}$$

Širinu tolerancijskog polja završnog člana dobijamo prema obrascu:

$$\delta_{\Delta}^{mnz} = \frac{1}{k_{\Delta}}\sqrt{\sum_{i=1}^{m-1} k_i^2 \cdot \delta_i^2} = 0.1114 \text{ mm.}$$

Nominalnu vrednost završnog člana dobijamo na isti način kao i kod metoda potpune zamenljivosti:

$$A_{\Delta} = A_1 - \left(A_2 + A_3 + A_4\right) = 110 - \left(28 + 22 + 44\right) = 16 \text{ mm.}$$

Ekstremne dozvoljene vrednosti dobijamo iz obrasca:

$$A_{\Delta} = A_{\Delta s} \pm \frac{1}{2}\cdot\delta_{\Delta} = 15.9972 \pm \frac{1}{2}\cdot 0.1114,$$

odakle slede:

- najveća dozvoljena vrednost završnog člana:

$$A_{\Delta g} = 16.0529 \text{ mm},$$

- najmanja dozvoljena vrednost završnog člana:

$$A_{\Delta d} = 15.9415 \text{ mm},$$

odnosno:

- gornje granično odstupanje završnog člana:

$$\varepsilon_{\Delta g} = A_{\Delta g} - A_{\Delta} = 16.0529 - 16 \text{ mm} = 0.0529 \text{ mm},$$

- donje granično odstupanje završnog člana:

$$\varepsilon_{\Delta d} = A_{\Delta d} - A_{\Delta} = 15.9415 - 16 \text{ mm} = -0.0585 \text{ mm}.$$

Prema tome, završni član razmatranog mernog lanca, prema metodi nepotpune zamenljivosti i empirijskom postupku, glasi:

$$A_{\Delta\,\varepsilon_d}^{\;\varepsilon_g} = 16^{+0.0529}_{-0.0585} \text{ mm.}$$

Vidimo da je, sa istim vrednostima tolerancija sastavnih članova, tolerancija završnog člana dobijena metodom potpune zamenljivosti veća od one dobijene metodom nepotpune zamenljivosti:

$$\delta_{\Delta}^{mpz} = 0.1800 \text{ mm} > \delta_{\Delta}^{mnz} = 0.1114 \text{ mm}.$$

To znači da je metoda nepotpune zamenljivosti ekonomski isplativija – sa istim troškovima obrade (jednake tolerancije sastavnih članova za obe metode) dobija se uža tolerancija završnog člana (manje rasipanje završne mere).