

PISMENI ISPIT

1. Na mašinskom delu se unutrašnjim uzdužnim struganjem obrađuje cilindrična površina prečnika $D = \varnothing 23_{-0.05}^{+0.03}$ mm i dužine $L = 35$ mm. Analizom tehnologije kontrole kvaliteta utvrđeno je da postoje dva režima koji obezbeđuju propisani nivo kvaliteta:

- prvi: $v_1 = 90$ m/min, $s_1 = 0.18$ mm/o, $a_1 = 1.5$ mm, i
 - drugi: $v_2 = 60$ m/min, $s_2 = 0.10$ mm/o, $a_2 = 1.7$ mm,
- pri čemu se kriva habanja alata za prvi režim pokorava zakonu: $B_{r1} = C \cdot 10^{-5} \cdot t^{1.7}$, a za drugi režim važi: $B_{r1}(t)/B_{r2}(t) = 0.66 = \text{const}$, gde je B_r [mm] parametar habanja strugarskog noža u pravcu otpora prodiranja i t [min] vreme rezanja.

Dati su još i sledeći uslovi obrade, koji su jednaki za oba režima:

- otpor prodiranju noža: $F_2 = 395 \cdot a^{0.91} \cdot s^{0.63}$ [N],
- krutost obradnog sistema u (sa stanovišta tačnosti) krit. preseku: $K_S = 2.9 \cdot 10^4$ [N/mm],
- na uzorku od 6 komada je izmerena srednja vrednost raspona 0.012 mm,
- temperaturska dilatacija noža: $\Delta L = 0.010$ mm,
- greške postavljanja alata i metoda merenja iznose: $\Delta_p = 0.02$ mm i $\Delta_m = 0.022$ mm,
- alat je regulisan metodom probnih komada sa najmanjim preporučenim brojem probnih komada i dobijena je radna mera $x_r = \varnothing 23$ mm.

Za date uslove obrade potrebno je da se:

- skicira kriva habanja alata za oba režima, ako se pri prvom režimu obrade obradi $N_1 = 57$ komada i
- utvrdi veličina porasta/pada proizvodnosti [kom/min] u odnosu na prvi režim, ukoliko se obrada obavlja pri drugom režimu.

2. U jednom velikom proizvodnom pogonu, koji raspolaže sa 73 CNC mašine kupljene od istog proizvođača mašina alatki, napravljena je analiza otkaza na tim mašinama u poslednjih pet godina i dobijeni su sledeći podaci (tabela 1):

TABELA 1

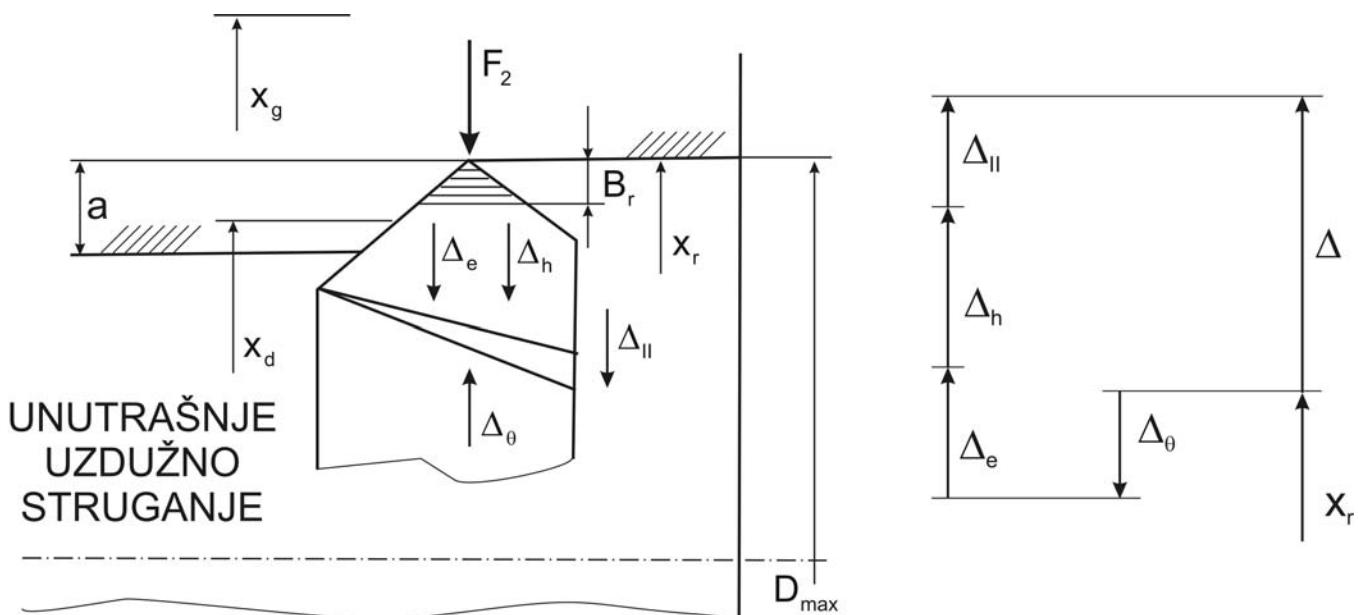
Broj otkaza	0 do 2	2 do 4	4 do 6	6 do 8	8 do 10	10 do 12	12 do 14
Broj mašina	4	7	15	22	11	10	4

Ti podaci dostavljeni su proizvođaču mašina alatki, koji u tekućoj marketinškoj kampanji, sa pouzdanošću 98%, tvrdi da se prosečni broj otkaza na njegovim mašinama, u periodu od poslednjih 5 godina, raspodeljuje po normalnoj raspodeli i da ne prelazi 8. Pod pretpostavkom da je tvrdnja o obliku raspodele tačna, utvrditi da li proizvođač mašina alatki govori istinu u vezi sa prosečnim brojem otkaza.

1. ZADATAK (Analitički metod)

Ukupna greška obrade mora biti manja od raspoloživog dela tolerancijskog polja T_{ras} :

$$\Delta_e + \Delta_h - \Delta_\theta + \Delta_{II} \leq T_{ras}. \quad (1)$$



Slika 1: Ilustracija ukupne greške kod unutrašnjeg struganja.

Veličina raspoloživog dela širine tolerancijskog polja T_{ras} za unutrašnje struganje se dobija prema obrascu:

$$T_{ras} = x_r - x_d = 20 - (20 - 0.05) = 0.05 \text{ mm}$$

Za **1. režim** važi:

$$\Delta_{e(1)} = \frac{2F_{2(1)}}{K_S} = \frac{2 \cdot 395 \cdot a_{(1)}^{0.91} \cdot s_{(1)}^{0.63}}{2.9 \cdot 10^4} = \frac{2 \cdot 395 \cdot 1.5^{0.91} \cdot 0.18^{0.63}}{2.9 \cdot 10^4} = 0.0134 \text{ mm}$$

$$\Delta_{\theta(1)} = \Delta_{\theta(2)} = 2\Delta l = 2 \cdot 0.01 = 0.02 \text{ mm}$$

$$d_{2(n=6)} = 2.534 \text{ (UKP, M1, tab.V)}$$

$$\Delta_{sl(1)} = \Delta_{sl(2)} = \frac{6\bar{R}}{d_{2(n=6)}} = \frac{6 \cdot 0.012}{2.534} = 0.0284 \text{ mm}$$

$$\Delta_{m(1,2)} = 0.022 \text{ mm}, \Delta_{p(1,2)} = 0.020 \text{ mm}$$

$$\Delta_{n(1,2)} = \frac{\Delta_{sl(1,2)}}{\sqrt{n_{pk(1,2)}}} = \frac{\Delta_{sl(1,2)}}{\sqrt{5}} = \frac{0.0284}{\sqrt{5}} = 0.0127 \text{ mm}$$

$$\Rightarrow \Delta_{II(1,2)} = \sqrt{\Delta_{sl}^2 + \Delta_m^2 + \Delta_p^2 + \Delta_n^2} = \sqrt{0.0284^2 + 0.022^2 + 0.02^2 + 0.0127^2} = 0.043 \text{ mm}$$

$$(1) \Rightarrow \Delta_{h(1)} = T_{ras} - \Delta_{e(1)} + \Delta_{\Theta(1)} - \Delta_{II(1)} = 0.05 - 0.0134 + 0.02 - 0.043 = 0.0136 \text{ mm}$$

$$\Delta_{h(1)} = 2 \cdot B_{r(1)} = 2 \cdot C \cdot 10^{-5} \cdot t_{(1)}^{1.7} = 0.0136 \text{ mm} \quad (2)$$

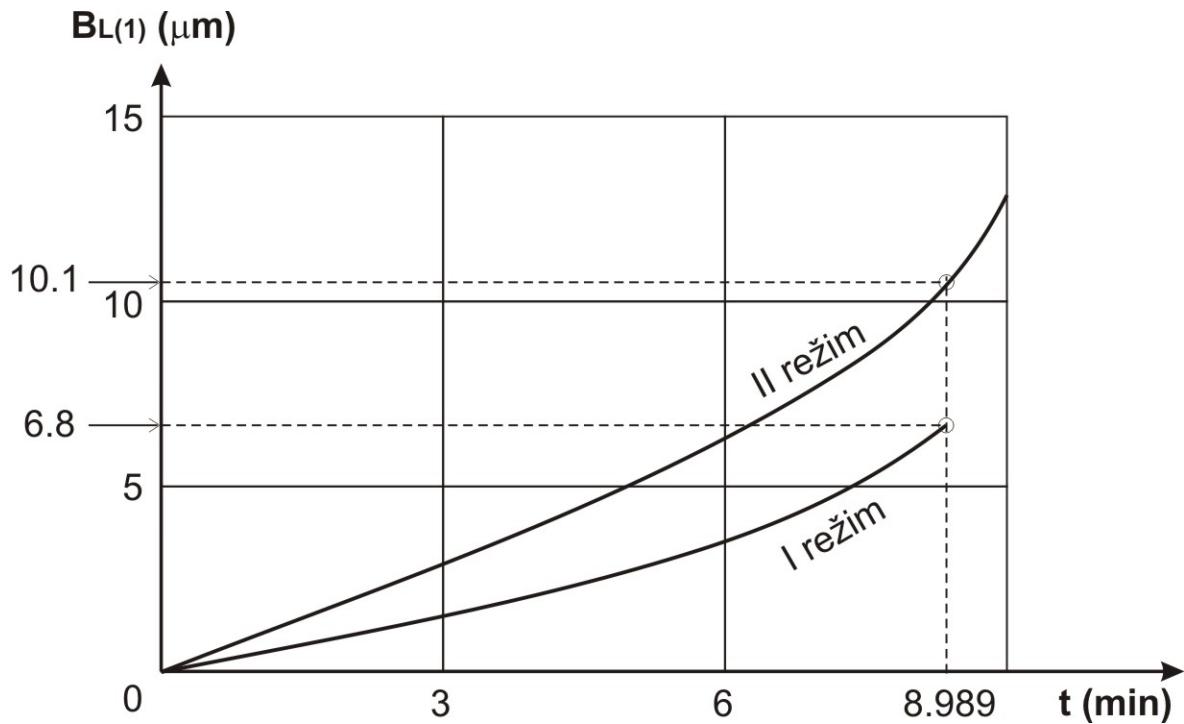
Vreme koje odgovara trenutku zatupljenja alata pri prvom režimu obrade dobija se iz obrasca:

$$t_{(1)} = \frac{D \cdot \pi \cdot \frac{L}{s_{(1)}} \cdot N_{(1)}}{v_{(1)}} = \frac{23 \cdot \pi \cdot 35 \cdot 57}{90 \cdot 10^3 \cdot 0.18} = 8.898 \text{ min.} \quad (3)$$

$$(2,3) \Rightarrow 2 \cdot C \cdot 10^{-5} \cdot 8.898^{1.7} = 0.0136 \Rightarrow C = 16.547$$

U trenutku zatupljenja alata:

$$B_{r(1)}^{\text{zat.}} = \frac{\Delta h_{(1)}^{\text{zat.}}}{2} = \frac{0.0136}{2} = 0.0068 \Rightarrow B_{r(2)}^{\text{zat.}} = \frac{B_{r(1)}^{\text{zat.}}}{0.66} = 0.0103 \text{ mm.}$$



Slika 2: Uporedan prikaz krive habanja alata u prvom i drugom režimu.

b) Za 2. režim:

$$\Delta e_{(2)} + \Delta h_{(2)} - \Delta \Theta_{(2)} + \Delta_{II(2)} \leq T_{ras}$$

$$2 \cdot \frac{395 \cdot a_{(2)}^{0.91} \cdot s_{(2)}^{0.63}}{K_s} + \frac{\Delta_{h(2)}(t)}{0.66} - \Delta_{\Theta(2)} + \Delta_{II(2)} \leq T_{ras}$$

$$2 \cdot \frac{395 \cdot 1.7^{0.91} \cdot 0.1^{0.63}}{2.9 \cdot 10^4} + 2 \cdot \frac{16.547}{0.66} \cdot 10^{-5} \cdot t_{(2)}^{1.7} - 0.02 + 0.043 \leq 0.05$$

$$\Rightarrow 0.01035 + 16.547 \cdot 10^{-5} \cdot t_{(2)}^{1.7} - 0.02 + 0.043 = 0.05$$

$$t_{(2)}^{1.7} = (0.05 - 0.01035 + 0.02 - 0.043) \cdot \frac{10^5}{16.547} = 33.206$$

$$\Rightarrow t_{(2)} = \sqrt[1.7]{33.206} = 7.849 \text{ min}$$

Trenutku zatupljenja alata pri II režimu odgovara sledeći maksimalni broj komada:

$$t_{(2)} = \frac{\pi \cdot D \cdot L \cdot N_{(2)}}{v_{(2)} \cdot s_{(2)}} \Rightarrow N_{(2)} = \frac{t_{(2)} \cdot v_{(2)} \cdot s_{(2)}}{D \cdot L \cdot \pi} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow N_{(2)} = \frac{7.849 \cdot 60 \cdot 10^3 \cdot 0.10}{23 \cdot 35 \cdot \pi} = 18.622 \Rightarrow N_{(2)} = 18 \text{ komada.}$$

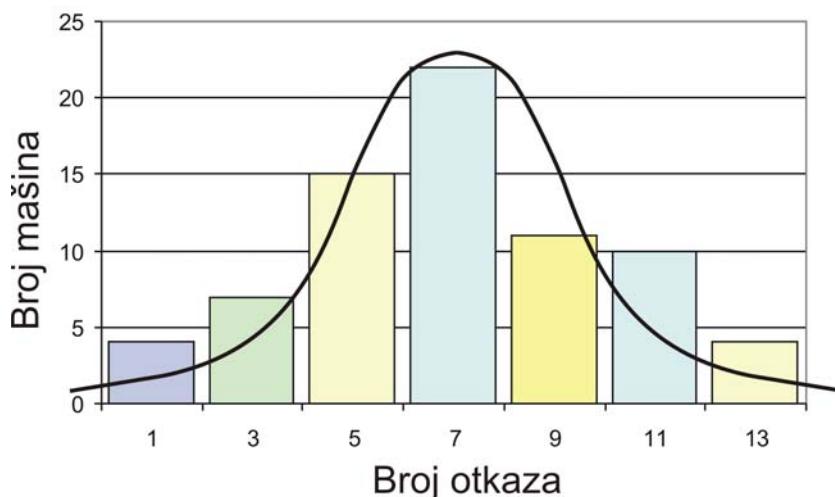
Tabela 2: Porast proizvodnosti.

Režim	t	N	N/t
I	8.898	57	6.406
II	7.849	18	2.293

U drugom režimu proizvodnost je opala za $6.406 - 2.293 = 4.113$ kom/min.

2. ZADATAK (Intervalna procena srednje vrednosti aritmetičke sredine osnovnog skupa)

Na osnovu podataka dobijenih u postavci zadatka dobijamo sledeći histogram:



Slika 3: Histogram empirijske raspodele.

i vizuelno zaključujemo da se radi o normalnoj raspodeli, što odgovara tvrdnji proizvođača mašina alatki. Tekstom zadatka nije zahtevano da verifikujemo hipotezu hi-kvadrat ili nekim drugim testom.

Da bismo potvrdili drugu izjavu proizvođača, koja se odnosi na prosečan broj otkaza, potrebno je da izvršimo intervalnu procenu srednje vrednosti aritmetičke sredine osnovnog skupa, koji sačinjavaju sve mašine alatke proizvedene od strane tog proizvođača.

Najpre je potrebno izračunati aritmetičku sredinu i standardnu devijaciju. Za to nam je potrebna sledeća tablica (za obeležje intervala uzimamo njegovu sredinu):

Tabela 3: Proračun aritmetičke sredine i standardne devijacije..

interval	x_i	f_i	$x_i - a$	$(x_i - a)^2$	$(x_i - a) \cdot f_i$	$(x_i - a)^2 \cdot f_i$
0 do 2	1	4	-6	36	-24	144
2 do 4	3	7	-4	16	-28	112
4 do 6	5	15	-2	4	-30	60
6 do 8	$a = 7$	22	0	0	0	0
8 do 10	9	11	2	4	22	44
10 do 12	11	10	4	16	40	160
12 do 14	13	4	6	36	24	144
				Σ	4	664

Karakteristika sa najvećom frekvencijom: $a = 7$.

Aritmetičku sredinu dobijamo prema:

$$\bar{x} = a + \frac{1}{n} \left[\sum_{i=1}^n (x_i - a) \cdot f_i \right] = 7 + \frac{1}{73} \cdot 4 = 7.0548 ,$$

a standardnu devijaciju prema:

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n} \left[\sum_{i=1}^n (x_i - a)^2 \cdot f_i \right] - (\bar{x} - a)^2} = \sqrt{\frac{1}{73} \cdot 664 - (7.0548 - 7)^2} = 3.015 .$$

Nepoznatu vrednost aritmetičke sredine osnovnog skupa ocenjujemo na sledeći način: $\bar{X} \approx \bar{x} = 7.0548$ otkaza, a standardne devijacije osnovnog skupa preko obrasca:

$$s = \sigma = 3.015 \text{ otkaza.}$$

Pošto je obim uzorka $n > 30$, koristimo tablice za normalnu raspodelu i jednačinu statističke pouzdanosti pišemo u obliku:

$$P\left(\bar{x} - t \cdot \frac{s}{\sqrt{n}} < \bar{X} < \bar{x} + t \cdot \frac{s}{\sqrt{n}}\right) = 2\Phi(t) = 98\% = 0.98 .$$

Odatle sledi: $t = 2.33$ (UKP M1, tab.1). Na osnovu ovoga dobijamo granice intervala:

$$\bar{x} - t \cdot \frac{s}{\sqrt{n}} = 7.0548 - 2.33 \cdot \frac{3.015}{\sqrt{73}} \approx 6.233 \text{ otkaza,}$$

$$\bar{x} + t \cdot \frac{s}{\sqrt{n}} = 7.0548 + 2.33 \cdot \frac{3.015}{\sqrt{73}} \approx 7.877 \text{ otkaza.}$$

Dakle, aritmetička sredina osnovnog skupa će se nalaziti u intervalu poverenja [6.3523, 7.7573] otkaza, sa pouzdanošću 98%, iz čega zaključujemo da prosečan broj otkaza zaista ne prelazi 8, odnosno, da proizvođač mašina alatki u svojoj marketinškoj kampanji govori istinu.