

KATEDRA ZA PROIZVODNO MAŠINSTVO
UPRAVLJANJE KVALITETOM PROIZVODA (0109)
UPRAVLJANJE KVALITETOM PROIZVODA I (0117)

NOVEMBAR 2004. god.

I grupa

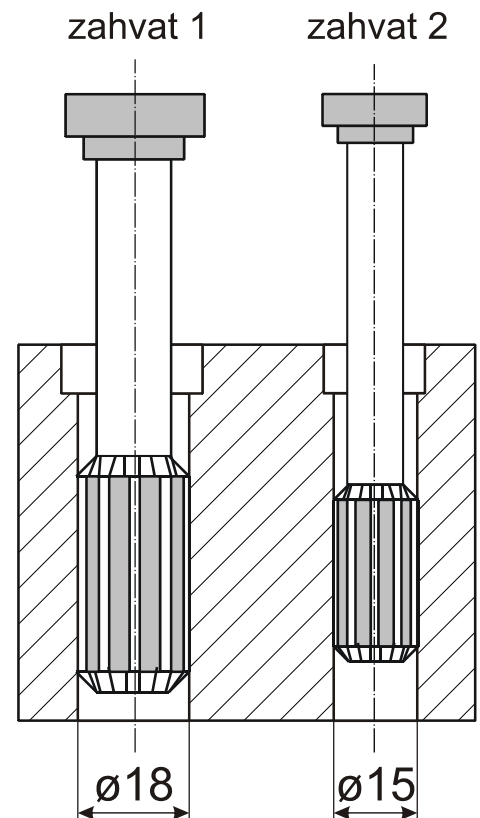
PISMENI ISPIT

1. Karakteristika kvaliteta $x = 100 \pm 0.15$ mm izrađuje se na kratkohodnoj horizontalnoj rendisaljci. Istraživanjem međusobne zavisnosti između parametra habanja strugarskog noža (B_r) i vremena obrade (t) pomenute karakteristike došlo se do sledećih zavisnosti (tabela 1):

Tabela	t [min]	17.5			20.5			22			25			28.5		
1.	B_r [μm]	60	72	84	96	108	120	132	144	156	180	192	204	228	240	252

Potrebno je:

- naći funkcionalnu zavisnost $B_r = f(t)$, pod pretpostavkom da se dobijeni rezultati odnose na zonu ustaljenog habanja (linearnog) habanja, koristeći regresionu metodu; i
 - odrediti trenutak prvog periodičnog regulisanja alata, ako je pre početka obrade alat bio regulisan na radnu meru $x_r = 99.90$ mm. Greška usled elastičnosti elemenata obradnog sistema iznosi $70 \mu\text{m}$, ukupna nesistematska greška $55 \mu\text{m}$ a greška usled toplotnih dilatacija noža se može zanemariti.
2. Na obratku prikazanom slikom 1 obrađuju se dva otvora finim razvrtnjem na konačnu meru. Zahvat 1 odnosi se na obradu otvora $\varnothing 18$, a zahvat 2 na obradu otvora $\varnothing 15$. Iz velike serije izvučen je uzorak od 13 komada i analizirane su razlike između prečnika razvrtača i prečnika odgovarajućih otvora nakon obrade. Utvrđeno je da se veličine odstupanja raspodeljuju po zakonu normalne raspodele i da njihove srednje vrednosti iznose:



Slika 1.

- za zahvat 1: $\bar{\delta}_1 = 0.05$ mm, uz standardnu devijaciju $\sigma_1 = 0.006$ mm, i
- za zahvat 2: $\bar{\delta}_2 = 0.04$ mm, uz standardnu devijaciju $\sigma_2 = 0.007$ mm.

Utvrđiti da li veličina prečnika razvrtača utiče na veličinu razlike između prečnika otvora i razvrtača primenom odgovarajućeg statističkog testa, za nivo značajnosti od 1%.

1. ZADATAK (Linearna regresija i analitički metod)

a) Potrebno je prvo izračunati koeficijent korelacije, da bi se odredilo o kakvoj se regresiji radi. Za taj proračun, kao i za kasnija izračunavanja, formiramo pomoćnu tabelu (tabela 2), gde je $B_r = y$, a $t = x$.

Ukupan broj uzoraka iznosi: $n = \Sigma(1) = \Sigma(I) = 15$.

Broj različitih vrednosti karakteristike x iznosi: $m = 5$.

Aritmetičke sredine karakteristika x i y su:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n f_j x_j = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m f_i x_i = \frac{\Sigma(2)}{\Sigma(1)} = 22.7 \text{ min} \qquad \bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n f_j y_j = \frac{\Sigma(II)}{\Sigma(I)} = 151.2 \text{ } \mu\text{m}$$

Standardne devijacije (varijanse, disperzije):

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^m (x_i - \bar{x})^2} = \sqrt{\frac{1}{n} \left(\sum_{i=1}^m x_i^2 \right) - n\bar{x}^2} = \sqrt{\frac{\Sigma(3)}{\Sigma(1)} - \bar{x}^2} = 3.776 \text{ min}$$

$$\sigma_y = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{j=1}^n (y_j - \bar{y})^2} = \sqrt{\frac{1}{n} \left(\sum_{j=1}^n y_j^2 \right) - n\bar{y}^2} = \sqrt{\frac{\Sigma(III)}{\Sigma(I)} - \bar{y}^2} = 60.367 \text{ } \mu\text{m}$$

Kovarijacija slučajnih tačaka:

$$C_{xy} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n f_{ij} (x_i - \bar{x})(y_j - \bar{y}) = \frac{1}{n} \left(\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n f_{ij} x_i y_j - n \cdot \bar{x} \cdot \bar{y} \right) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^m \left(x_i \sum_{j=1}^n f_{ij} y_j \right) - \bar{x} \cdot \bar{y} = \frac{\Sigma(5)}{\Sigma(1)} - \bar{x} \cdot \bar{y}$$

$$C_{xy} = 224.16 \text{ min} \cdot \mu\text{m}$$

Koeficijent korelacije:

$$r_{xy} = \frac{C_{xy}}{\sigma_x \cdot \sigma_y} = 0.983$$

Pošto je $0.95 \leq 0.983 = r_{xy} \leq 1$ sledi da postoji praktično funkcionalna, linearna, zavisnost između x i y.

(tabela 2) KORELACIONA TABLICA		$X_i (i = 1...m)$					f_j	$f_j y_j$	$f_j y_j^2$
		17.5	20.5	22	25	28.5	(I)	(II)	(III)
y_j (j = 1...n)	60	1	0	0	0	0	1	60	3600
	72	1	0	0	0	0	1	72	5184
	84	1	0	0	0	0	1	84	7056
	96	0	1	0	0	0	1	96	9216
	108	0	1	0	0	0	1	108	11664
	120	0	1	0	0	0	1	120	14400
	132	0	0	1	0	0	1	132	17424
	144	0	0	1	0	0	1	144	20736
	156	0	0	1	0	0	1	156	24336
	180	0	0	0	1	0	1	180	32400
	192	0	0	0	1	0	1	192	36864
	204	0	0	0	1	0	1	204	41616
	228	0	0	0	0	1	1	228	51984
	240	0	0	0	0	1	1	240	57600
	252	0	0	0	0	1	1	252	63504
f_i	(1)	3	3	3	3	3	$\Sigma(1)=\Sigma(I)=15$	$\Sigma(II)=2268$	$\Sigma(III)=397584$
$f_i x_i$	(2)	52.5	61.5	66	75	85.5	$\Sigma(2)=340.5$		
$f_i x_i^2$	(3)	918.75	1260.75	1452	1875	2436.75	$\Sigma(3)=7943.25$		
$\sum_{j=1}^n f_{ij} y_j$	(4)	216	324	432	576	720	$\Sigma(4)=2268$		
$y_{ij} = x_i \sum_{j=1}^n f_{ij} y_j$	(5)	3780	6642	9504	14400	20520	$\Sigma(5)=54846$		

Opšti oblik krive regresije glasi:

$$\hat{y} = a_0 + a_1 x$$

pri čemu koeficijente a_0 i a_1 izračunavamo prema:

$$a_1 = r_{xy} \frac{\sigma_y}{\sigma_x} = 15.719, \quad a_0 = \bar{y} - a_1 \bar{x} = -205.633$$

Tako dobijamo jednačinu regresije:

$$\hat{y} = -205.633 + 15.719 \cdot x,$$

odnosno:

$$B_r = -205.633 + 15.719 \cdot t.$$

b) Ukupna greška obrade se računa prema sledećem obrascu:

$$\Delta = \Delta_e + \Delta_h - \Delta_\theta + \sqrt{\Delta_{sl}^2 + \Delta_p^2 + \Delta_m^2 + \Delta_n^2}.$$

Greška usled elastičnih deformacija noža je zadata tekstem zadatka i iznosi:

$$\Delta_e = 0.070 \text{ mm.}$$

Greška usled toplotnih dilatacija noža se, prema tekstu zadatka, može zanemariti:

$$\Delta_\theta = 0.$$

Ukupna slučajna greška je zadata tekstem zadatka i iznosi:

$$\Delta_{II} = \sqrt{\Delta_{sl}^2 + \Delta_p^2 + \Delta_m^2 + \Delta_n^2} = 0.055 \text{ mm.}$$

Greška usled habanja noža se, pošto se radi o rendisanju, računa prema obrascu:

$$\Delta_h = B_r,$$

odnosno:

$$\Delta_h = -205.633 + 15.719 \cdot t$$

Radna mera je zadata tekstem zadatka i iznosi:

$$x_r = 99.90 \text{ mm,}$$

a raspoloživa širina tolerancijskog polja (greška usled toplotnih dilatacija može zanemariti), iznosi:

$$T_{ras} = x_g - x_r = 100 + 0.15 - 99.90 = 0.25 \text{ mm,}$$

i ona mora biti veća od ukupne greške obrade (jedinice su sve preračunate u mikrometre):

$$T_{ras} > \Delta \Rightarrow \Delta_e + \Delta_h + \Delta_{II} < T_{ras} \Rightarrow 70 + (-205.633 + 15.719 \cdot t) + 55 < 250$$

Odavde se dobija vreme kad je potrebno izvršiti prvo periodično regulisanje alata:

$$70 - 205.633 + 15.719 \cdot t_{reg} + 55 = 250 \Rightarrow t_{reg} = \frac{250 - 55 - 70 + 205.633}{15.719} = \frac{330.633}{15.719} = 21.03 \text{ min.}$$

2. ZADATAK (Provera hipoteze o karakteru uticaja izvesnog faktora)

Postavićemo hipotezu da veličina prečnika razvrtača ne utiče na veličinu razlike između prečnika otvora i razvrtača. Radi se dakle o hipotezi o karakteru uticaja izvesnog faktora, za čiju se proveru koristi t-test, prema metodologiji izloženoj u UKP M2, str. 108.

Broj stepeni slobode k veličine t_1 iznosi:

$$k = n_1 + n_2 - 2 = 13 + 13 - 2 = 24 ,$$

gde su n_1 i n_2 veličine uzorka na kojima se ispituju razlike prečnika za jedan i za drugi zahvat i iznose:

$$n_1 = n_2 = 13 \text{ delova.}$$

Vrednost veličine t_1 izračunava se iz obrasca:

$$t_1 = \frac{|\bar{\delta}_1 - \bar{\delta}_2|}{\sqrt{(n_1 - 1) \cdot s_1^2 + (n_2 - 1) \cdot s_2^2}} \cdot \sqrt{\frac{n_1 \cdot n_2 \cdot (n_1 + n_2 - 2)}{n_1 + n_2}} .$$

Pošto nam je veličina uzorka manja od 30, vršimo popravku ocene za disperziju, prema obrascu:

$$s_1 = \sigma_1 \cdot \sqrt{\frac{n_1}{n_1 - 1}} = 0.006 \cdot \sqrt{\frac{13}{13 - 1}} = 0.006245$$

$$s_2 = \sigma_2 \cdot \sqrt{\frac{n_2}{n_2 - 1}} = 0.007 \cdot \sqrt{\frac{13}{13 - 1}} = 0.007286$$

Na osnovu prethodnih jednačina dobijamo:

$$t_1 = \frac{|0.05 - 0.04|}{\sqrt{(13 - 1) \cdot 0.006245^2 + (13 - 1) \cdot 0.007286^2}} \cdot \sqrt{\frac{13 \cdot 13 \cdot (13 + 13 - 2)}{13 + 13}}$$

$$t_1 = \frac{0.01}{0.033242} \cdot \sqrt{\frac{4056}{26}} = 0.3008 \cdot 12.4900$$

$$t_1 = 3.757$$

Prema tablici IX, UKP M2, str. 245, dobijenoj vrednosti $t_1 = 3.757$, za stepen slobode $k = 26$, odgovara verovatnoća manja od 0.001, što je znatno manje od praga značajnosti od 0.01. Sledi, dakle, da se hipoteza o nepostojanju uticaja veličina prečnika razvrtača na prečnike otvora mora odbaciti i prihvatiti alternativna da takav uticaj postoji, barem kod razvrtača sa prečnicima od $\varnothing 15$ do $\varnothing 18$ mm.