

KATEDRA ZA PROIZVODNO MAŠINSTVO
UPRAVLJANJE KVALITETOM PROIZVODA (0109)
UPRAVLJANJE KVALITETOM PROIZVODA I (0117)

OKTOBAR 2005. god.

I grupa

PISMENI ISPIT

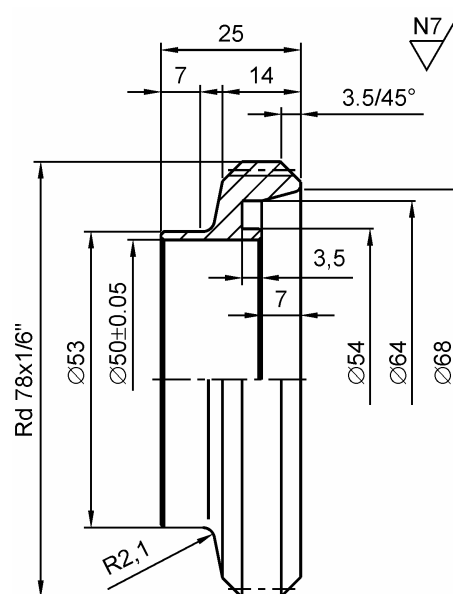
1. Pri eksperimentalnom određivanju zavisnosti između parametra habanja strugarskog noža (Br) i vremena obrade (t) karakteristike $\varnothing 50$ (slika 1) dobijeni su sledeći rezultati (tabela 1):

Tabela 1.

t [min]	10			15			20			25			30			35		
Br [μm]	5	6	7	7	9	10	11	11	13	14	15	17	17	18	19	20	22	22

Potrebno je:

- naći funkcionalnu zavisnost između parametra habanja i vremena obrade $Br = f(t)$, pod pretpostavkom da se dobijeni rezultati odnose na zonu ustaljenog (linearnog) habanja, koristeći regresionu metodu; i
- odrediti trenutak prvog periodičnog regulisanja alata, ako je pre početka obrade alat bio regulisan na gornju graničnu meru. Greška usled elastičnosti elemenata obradnog sistema iznosi $32 \mu\text{m}$, greška usled toplotnih dilatacija iznosi $9 \mu\text{m}$, a ukupna nesistematska greška iznosi $20 \mu\text{m}$.



Slika 1: Prirubnica.

2. U jednoj fabrici je vršena je kontrola karakteristika kvaliteta nekog obradnog procesa na jednogodišnjem obimu proizvodnje. Svake dve nedelje izvlačen je po jedan uzorak. Dobijeni rezultati su prikazani u tabeli 1. Potrebno je:
- Konstruisati kontrolne karte za procenat defektnih delova. Tokom narednih kontrola pomenutog obradnog procesa usvojena je prosečna veličina uzorka iz prethodnih kontrola; i
 - Odrediti verovatnoću da u čitavoj seriji delova napravljenih te godine neće biti više od 5 % defektnih delova.

Tabela 2.

RB	Veličina uzorka	Broj loših delova	RB	Veličina uzorka	Broj loših delova	RB	Veličina uzorka	Broj loših delova	RB	Veličina uzorka	Broj loših delova	RB	Veličina uzorka	Broj loših delova
1.	1341	47	6.	1043	35	11.	1778	77	16.	1392	53	21.	2026	55
2.	1693	43	7.	1473	44	12.	1740	64	17.	1218	31	22.	1902	36
3.	1908	32	8.	1266	32	13.	1408	55	18.	1742	74	23.	1750	62
4.	882	41	9.	1021	50	14.	768	18	19.	2088	79	24.	2021	92
5.	814	33	10.	1896	89	15.	1417	59	20.	1960	61	25.	1664	77

REŠENJA – PRVA GRUPA

1. ZADATAK

a) Linearna regresija

Proračun parametara linearne regresije vršimo pomoću tabele 3.

Tabela 3: Pomoćna tabela za proračun koeficijenata linearne regresije.

		X _i						f _j (I)	f _j ·y _j (II)	f _j ·y _j ² (III)
		10	15	20	25	30	35			
y _j j=(1, ..., n)	5	1	0	0	0	0	0	1	5	25
	6	1	0	0	0	0	0	1	6	36
	7	1	0	0	0	0	0	1	7	49
	7	0	1	0	0	0	0	1	7	49
	9	0	1	0	0	0	0	1	9	81
	10	0	1	0	0	0	0	1	10	100
	11	0	0	2	0	0	0	2	22	242
	13	0	0	1	0	0	0	1	13	169
	14	0	0	0	1	0	0	1	14	196
	15	0	0	0	1	0	0	1	15	225
	17	0	0	0	1	0	0	1	17	289
	17	0	0	0	0	1	0	1	17	289
	18	0	0	0	0	1	0	1	18	324
	19	0	0	0	0	1	0	1	19	361
	20	0	0	0	0	0	1	1	20	400
22	0	0	0	0	0	2	2	44	968	
f _i	(1)	3	3	3	3	3	3	Σ(1)= Σ(I)=18	Σ(II)=243	Σ(III)=3803
f _i x _i	(2)	30	45	60	75	90	105	Σ(2)=405		
f _i x _i ²	(3)	300	675	1200	1875	2700	3675	Σ(3)=10425		
$\sum_{j=1}^n f_{ij}y_j$	(4)	18	26	35	46	54	64	Σ(4)=243		
$y_{ij} = x_i \sum_{j=1}^n f_{ij}y_j$	(5)	180	390	700	1150	1620	2240	Σ(5)=6280		

- Ukupan broj merenja:

$$n = \Sigma(1) = \Sigma(I) = 18.$$

- Aritmetičke sredine:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n f_i x_i = \frac{\Sigma(2)}{\Sigma(1)} = 22.5 \text{ min},$$

$$\bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n f_i y_i = \frac{\Sigma(II)}{\Sigma(I)} = 13.5 \text{ } \mu\text{m}.$$

- Standardne devijacije:

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} = \sqrt{\frac{\Sigma(3)}{\Sigma(1)} - \bar{x}^2} = 8.539 \text{ min},$$

$$\sigma_y = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2} = \sqrt{\frac{\Sigma(\text{III})}{\Sigma(\text{I})} - \bar{y}^2} = 5.388 \text{ } \mu\text{m}.$$

- Kovarijacija:

$$C_{xy} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) = \frac{\Sigma(5)}{\Sigma(1)} - \bar{x} \cdot \bar{y} = 45.139 \text{ min} \cdot \mu\text{m}.$$

- Koeficijent korelacije:

$$r_{xy} = \frac{C_{xy}}{\sigma_x \sigma_y} = 0.981 \text{ (jaka veza)}.$$

- Koeficijenti prave regresije:

$$a_1 = r_{xy} \frac{\sigma_y}{\sigma_x} = 0.619 \left[\frac{\mu\text{m}}{\text{min}} \right],$$

$$a_0 = \bar{y} - a_1 \bar{x} = -0.428 \text{ } [\mu\text{m}].$$

- Jednačina regresije:

$$\hat{y} = -0.428 + 0.619 \cdot x,$$

odnosno:

$$\hat{B}_r = -0.428 + 0.619 \cdot t.$$

b) Analitički metod

Pošto je alat pre početka obrade bio regulisan na gornju graničnu meru, a analizirana karakteristika predstavlja spoljašnju meru (v. sliku 1), zaključujemo:

$$x_r = x_g \Rightarrow \Delta_{\max} = T = 50 + 0.050 - (50 - 0.050) = 0.100 \text{ mm} = 100 \text{ } \mu\text{m}.$$

Ukupnu grešku izračunavamo prema obrascu:

$$\Delta = \Delta_e + \Delta_h - \Delta_\theta + \Delta_{\text{sluc.}},$$

u kome nam je nepoznata jedino greška usled habanja strugarskog noža $\Delta_h = 2 \cdot B_r$ (greška usled elastičnosti elemenata obradnog sistema iznosi $32 \text{ } \mu\text{m}$, greška usled toplotnih dilatacija iznosi $9 \text{ } \mu\text{m}$, a ukupna nesistematska greška iznosi $20 \text{ } \mu\text{m}$). U trenutku kada greška obrade dostigne vrednost širine tolerancijskog polja, potrebno je izvršiti prvo periodično regulisanje alata. Vrednost parametra habanja u tom trenutku iznosi:

$$100 = 32 + 2 \cdot B_r - 9 + 20 \Rightarrow B_r = 28.5 \text{ } \mu\text{m}.$$

Na osnovu ovog podatka i funkcionalne veze između parametra habanja alata i vremena koju smo dobili u prvom delu zadatka, možemo naći trenutak prvog periodičnog alata:

$$\hat{B}_r = -0.428 + 0.619 \cdot t = 28.5 \text{ } \mu\text{m},$$

$$\Rightarrow t_{\text{reg.}} = \frac{28.5 + 0.428}{0.619} = 46.249 \text{ min}.$$

Dakle, prvo periodično regulisanje alata je potrebno izvesti nakon približno 46 minuta i 15 sekundi.

2. ZADATAK

a) U prvom delu zadatka se traži da se kontroliše procenat defektnih delova u uzorku; dakle, crtamo p-karte. U tu svrhu će nam poslužiti sledeća tabela:

Tabela 4.

RB uzorka	n_i	broj defektnih delova	p_i [%]	Δp_{bar} [%]	DKG p_{bar} [%]	GKG p_{bar} [%]
1.	1341	47	3.505	1.511	2.015	5.036
2.	1693	43	2.540	1.345	2.181	4.870
3.	1908	32	1.677	1.267	2.259	4.792
4.	882	41	4.649	1.863	1.662	5.388
5.	814	33	4.054	1.939	1.586	5.465
6.	1043	35	3.356	1.713	1.812	5.239
7.	1473	44	2.987	1.442	2.084	4.967
8.	1266	32	2.528	1.555	1.970	5.080
9.	1021	50	4.897	1.731	1.794	5.257
10.	1896	89	4.694	1.271	2.255	4.796
11.	1778	77	4.331	1.312	2.213	4.837
12.	1740	64	3.678	1.326	2.199	4.852
13.	1408	55	3.906	1.474	2.051	5.000
14.	768	18	2.344	1.996	1.529	5.522
15.	1417	59	4.164	1.470	2.056	4.995
16.	1392	53	3.807	1.483	2.043	5.008
17.	1218	31	2.545	1.585	1.940	5.111
18.	1742	74	4.248	1.326	2.200	4.851
19.	2088	79	3.784	1.211	2.315	4.736
20.	1960	61	3.112	1.250	2.276	4.775
21.	2026	55	2.715	1.229	2.296	4.755
22.	1902	36	1.893	1.269	2.257	4.794
23.	1750	62	3.543	1.323	2.203	4.848
24.	2021	92	4.552	1.231	2.295	4.756
25.	1664	77	4.627	1.356	2.169	4.882
	38211		88.136			

Centralne linije i kontrolne granice u prethodnoj tabeli su dobijene na osnovu sledećih obrazaca:

- centralna linija:

$$CL_p = \bar{p} = \frac{1}{25} \sum_{i=1}^{25} p_i = \frac{88.136}{25} = 3.525 \%$$

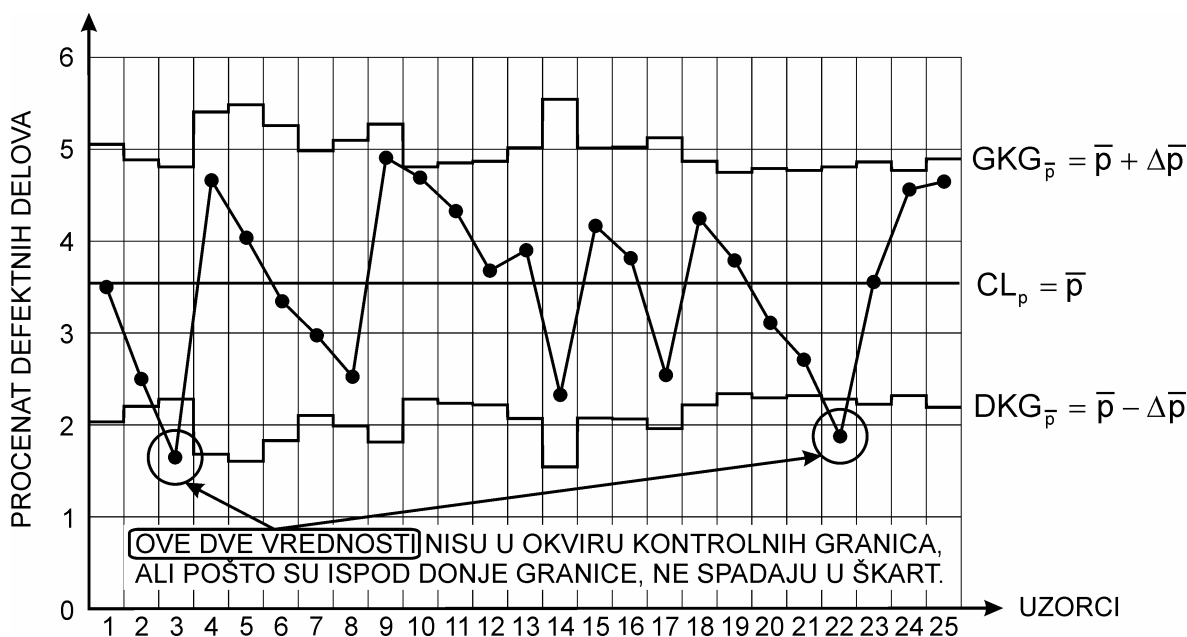
- gornja kontrolna granica:

$$GKG_{\bar{p}} = \bar{p} + \Delta \bar{p} = \bar{p} + 3 \sqrt{\frac{\bar{p}(100 - \bar{p})}{n_i}} = 3.525 + 3 \sqrt{\frac{3.525 \cdot (100 - 3.525)}{n_i}} = 3.525 + \frac{55.323}{\sqrt{n_i}} \%$$

- donja kontrolna granica:

$$DKG_{\bar{p}} = \bar{p} - \Delta \bar{p} = \bar{p} - 3 \sqrt{\frac{\bar{p}(100 - \bar{p})}{n_i}} = 3.525 - 3 \sqrt{\frac{3.525 \cdot (100 - 3.525)}{n_i}} = 3.525 - \frac{55.323}{\sqrt{n_i}} \%$$

Na osnovu dobijenih podataka crtamo kontrolnu p-kartu za protekli proces (slika 2).



Slika 2: Kontrolna p-karta za protekli proces.

Sa kontrolne karte za protekli proces vidi se da su tačke 3 i 22 prekoračile donju kontrolnu granicu, a to označava povišen kvalitet, tako da se one ne eliminišu i protekli proces se smatra stabilnim i tačnim.

Dakle, zadovoljeni su uslovi za crtanje kontrolne p-karte za tekući proces. Prema uslovu zadatka, za sve naredne kontrole će relevantan biti prosečan obim uzorka iz prethodnih ispitivanja, koji iznosi:

$$n = \frac{1}{25} \sum_{i=1}^{25} n_i = \frac{1}{25} \cdot 38211 = 1528.44 \approx 1529.$$

Sledi izračunavanje kontrolnih vrednosti za p-kartu za tekuće procese.

- Reprezentativna vrednost procenta defektnih delova:

$$p_r = \bar{p} = 3.525 \%$$

- Centralna linija:

$$CL_{\bar{p}}(\text{tek.}) = p' = p_r = 3.525 \%$$

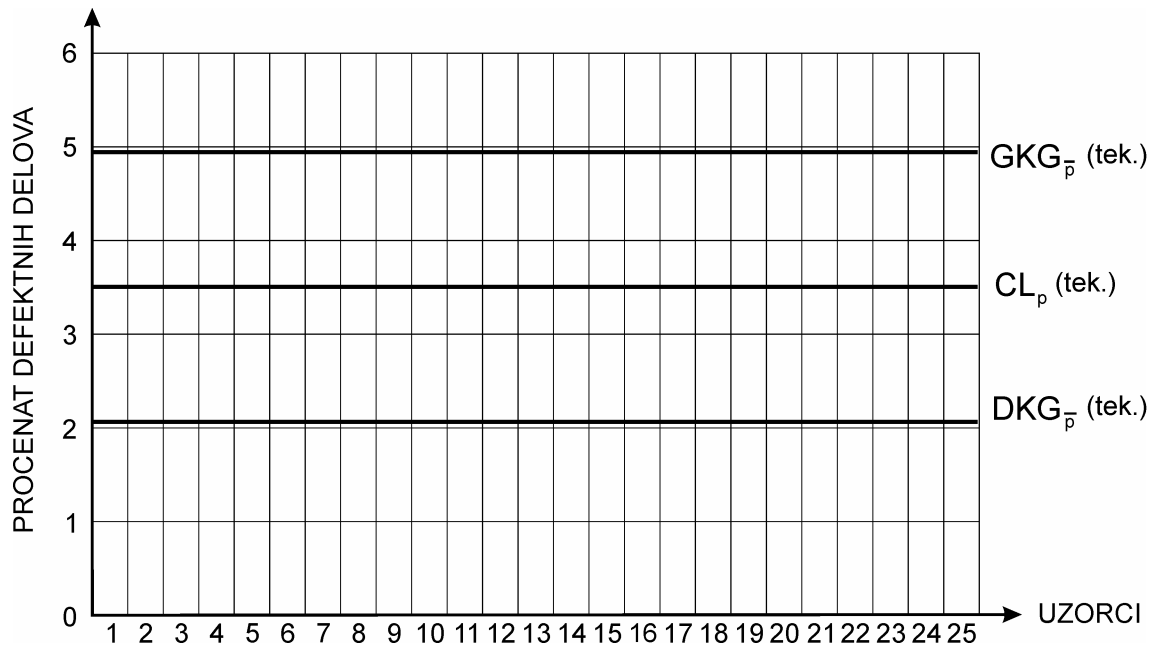
- Gornja kontrolna granica (za $n = 1602$):

$$GKG_{\bar{p}}(\text{tek.}) = p' + 3\sqrt{\frac{p'(100-p')}{n}} = 3.525 + 3\sqrt{\frac{3.525 \cdot (100 - 3.525)}{1529}} = 4.940 \%$$

- Donja kontrolna granica (za $n = 1602$):

$$DKG_{\bar{p}}(\text{tek.}) = p' - 3\sqrt{\frac{p'(100-p')}{n}} = 3.525 - 3\sqrt{\frac{3.525 \cdot (100 - 3.525)}{1529}} = 2.110 \%$$

Sada možemo nacrtati i kontrolnu p-kartu za tekući proces (slika 3).



Slika 3: Kontrolna p-karta za tekući proces.

b) U drugom delu zadatka je potrebno izračunati verovatnoću da u čitavoj seriji delova izrađenoj tog meseca neće biti više od 5 % defektnih delova. Pošto se ovde radi o dvoslojnom skupu (u njemu postoje samo ispravni i defektni delovi), koristimo odgovarajući obrazac za ocenu standardne devijacije osnovnog skupa:

$$s_p = \sqrt{\frac{p_r \cdot (100 - p_r)}{n}} = \sqrt{\frac{3.525 \cdot (100 - 3.525)}{1529}} = 0.472 \% .$$

Tražena verovatnoća se izračunava iz sledećeg sistema jednačina:

$$P(p_o < 5 \%) = 0.5 + \Phi(t), \text{ i}$$

$$p_r + t \cdot s_p = 5 \% .$$

Iz druge jednačine dobijamo:

$$3.525 + t \cdot 0.471 = 5$$

$$t = \frac{5 - 3.525}{0.471} = 3.132$$

Kad dobijenu vrednost parametra t unesemo u prvi uslov, dobijamo:

$$P(p_o < 5 \%) = 0.5 + \Phi(t) = 0.5 + 0.4991 = 0.9991 .$$

Dakle, tražena verovatnoća iznosi 99.91 %.