

KATEDRA ZA PROIZVODNO MAŠINSTVO
 UPRAVLJANJE KVALITETOM PROIZVODA (0109)
 UPRAVLJANJE KVALITETOM PROIZVODA I (0117)

JANUAR 2006. god.

I grupa

PISMENI ISPIT

1. U jednoj fabrici je izvršena kontrola karakteristika kvaliteta nekog obradnog procesa na jednomesečnom obimu proizvodnje. Svakog radnog dana je izvučen po jedan uzorak obima 100 elemenata. Dobijeni rezultati su prikazani u tabeli 1. Potrebno je:
- Konstruisati kontrolne karte za procenat defektnih delova. Tokom narednih kontrola pomenutog obradnog procesa usvojena je ista veličina uzorka iz prethodnih kontrola; i
 - Odrediti verovatnoću da u čitavoj seriji delova napravljenih tog meseca neće biti više od 2.7 % defektnih delova.

Tabela 1.

RB	Broj loših delova	RB	Broj loših delova	RB	Broj loših delova	RB	Broj loših delova	RB	Broj loših delova	RB	Broj loših delova
1.	0	6.	1	11.	4	16.	3	21.	1	26.	1
2.	3	7.	5	12.	1	17.	2	22.	2	27.	5
3.	3	8.	1	13.	1	18.	2	23.	4	28.	1
4.	2	9.	0	14.	1	19.	0	24.	2	29.	1
5.	3	10.	2	15.	2	20.	1	25.	2	30.	0

2. Na strugu se izrađuje čivija $\varnothing 11^{+0.0}_{-0.1}$. Za kontrolu date karakteristike kvaliteta koristi se plan prijema. Poznati su:
- rizik proizvođača: 4.5%,
 - rizik kupca: 7.5%,
 - prihvatljivi nivo kvaliteta: 2.3%, i
 - odbijajući nivo kvaliteta: 5.1%.
- Koliki je obim uzorka za ovaj plan prijema?
 - Grafičkom metodom proceniti verovatnoću prihvatanja serije koja ima nivo kvaliteta 3%.
 - Da li se pomoću ovog plana prijema može prihvatiti serija čiji uzorak ima aritmetičku sredinu 10.925 mm i disperziju 0.018 mm?

Rešenja zadataka:**1. ZADATAK****a) Kontrola procenta defektnih delova u uzorku**

U prvom delu zadatka se traži da se kontroliše procenat defektnih delova u uzorku; dakle, crtamo p-karte. U tu svrhu će nam poslužiti sledeća tabela:

Tabela 2.

RB uzorka	broj defektnih delova	p_i [%]	Δp_{bar} [%]	GKG p_{bar} [%]	DKG p_{bar} [%]
1.	0	0	4.061	5.928	0
2.	3	3			
3.	3	3			
4.	2	2			
5.	3	3			
6.	1	1			
7.	5	5			
8.	1	1			
9.	0	0			
10.	2	2			
11.	4	4			
12.	1	1			
13.	1	1			
14.	1	1			
15.	2	2			
16.	3	3			
17.	2	2			
18.	2	2			
19.	0	0			
20.	1	1			
21.	1	1			
22.	2	2			
23.	4	4			
24.	2	2			
25.	2	2			
26.	1	1			
27.	5	5			
28.	1	1			
29.	1	1			
30.	0	0			
		56			

Centralne linije i kontrolne granice u prethodnoj tabeli su dobijene na osnovu sledećih obrazaca:

- centralna linija:

$$CL_p = \bar{p} = \frac{1}{30} \sum_{i=1}^{30} p_i = \frac{56}{30} = 1.867 \%$$

- gornja kontrolna granica:

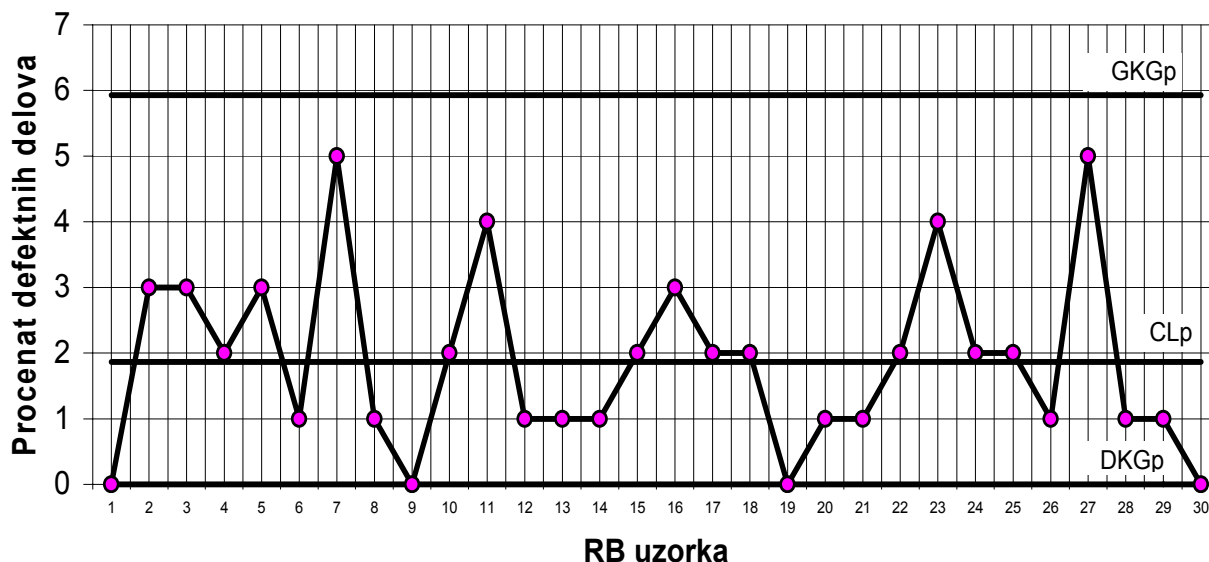
$$GKG_{\bar{p}} = \bar{p} + \Delta \bar{p} = \bar{p} + 3 \sqrt{\frac{\bar{p}(100 - \bar{p})}{n}} = 1.867 + 3 \sqrt{\frac{1.867 \cdot (100 - 1.867)}{100}} = 1.867 + 4.061 = 5.928 \%$$

- donja kontrolna granica:

$$DKG_{\bar{p}} = \bar{p} - \Delta\bar{p} = \bar{p} - 3\sqrt{\frac{\bar{p}(100 - \bar{p})}{n}} = 1.867 - 3\sqrt{\frac{1.867 \cdot (100 - 1.867)}{100}} = -2.194 \% \Rightarrow$$

$$DKG_{\bar{p}} = 0$$

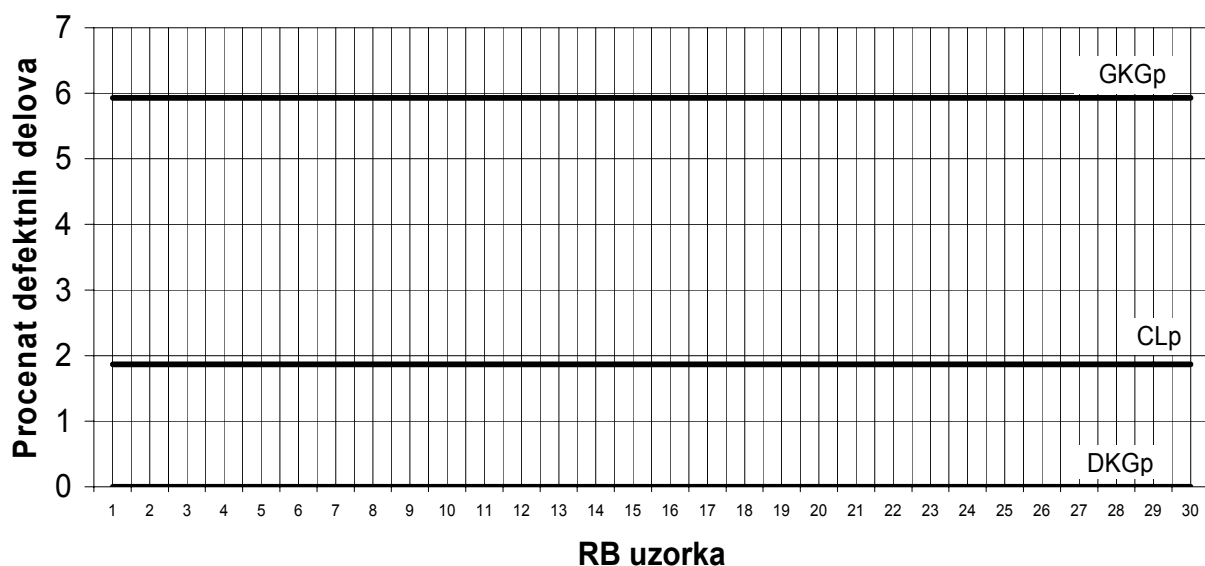
Na osnovu dobijenih podataka crtamo kontrolnu p-kartu za protekli proces (slika 1).



Slika 1: Kontrolna p-karta za protekli proces.

Na slici 1 se vidi da nijedna tačka nije prekoračila gornju kontrolnu granicu, pa se protekli proces smatra stabilnim i tačnim.

Dakle, zadovoljeni su uslovi za crtanje kontrolne p-karte za tekući proces. Prema uslovu zadatka, za sve naredne kontrole će relevantan biti prosečan obim uzorka iz prethodnih ispitivanja, koji iznosi $n = 100$ elemenata. Pošto je i kod prethodnog procesa broj elemenata u uzorku bio konstantan, zaključujemo da će kontrolne karte za tekući proces imati isti položaj gornje i donje kontrolne granice i centralne linije, kao i kontrolne karte za protekli proces (slika 2).



Slika 2: Kontrolna p-karta za tekući proces.

b) Statistička analiza dvoslojnog skupa

U drugom delu zadatka je potrebno izračunati verovatnoću da u čitavoj seriji delova izrađenoj tog meseca neće biti više od 2.7 % defektnih delova. Pošto se ovde radi o dvoslojnom skupu (u njemu postoje samo ispravni i defektni delovi), koristimo odgovarajući obrazac za ocenu standardne devijacije osnovnog skupa:

$$s_p = \sqrt{\frac{p_r \cdot (100 - p_r)}{n}} = \sqrt{\frac{1.867 \cdot (100 - 1.867)}{100}} = 1.354 \%$$

Tražena verovatnoća se izračunava iz sledećeg sistema jednačina:

$$P(p_o < 2.7 \%) = 0.5 + \phi(t), \text{ i}$$

$$p_r + t \cdot s_p = 2.7 \%$$

Iz druge jednačine dobijamo:

$$1.867 + t \cdot 1.354 = 2.7$$

$$t = \frac{2.7 - 1.867}{1.354} = 0.615$$

Kad dobijenu vrednost parametra t unesemo u prvi uslov, dobijamo:

$$P(p_o < 2.7\%) = 0.5 + \phi(t) = 0.5 + 0.22742 = 0.72742.$$

Dakle, tražena verovatnoća iznosi 72.74 %.

2. ZADATAK**Plan prijema za numeričke karakteristike**

Na osnovu zadatih podataka:

- $\alpha = 4.5\% = 0.045$,
- $\beta = 7.5\% = 0.075$,
- $p_1 = 2.3\% = 0.023$, i
- $p_2 = 5.1\% = 0.051$,

a prema UKP M2, tab.II, str.342, dobijamo:

- $k_\alpha = \Phi^{-1}(0.5 - \alpha) = \Phi^{-1}(0.455) = 1.695$,
- $k_\beta = \Phi^{-1}(0.5 - \beta) = \Phi^{-1}(0.425) = 1.440$,
- $k_{p_1} = \Phi^{-1}(0.5 - p_1) = \Phi^{-1}(0.477) = 1.995$, i
- $k_{p_2} = \Phi^{-1}(0.5 - p_2) = \Phi^{-1}(0.449) = 1.635$.

Na taj način dobijamo potrebne podatke za izračunavanje *konstante prijema* (normalnog odstupanja):

$$k = \frac{k_\alpha \cdot k_{p_2} + k_\beta \cdot k_{p_1}}{k_\alpha + k_\beta} = \frac{1.695 \cdot 1.635 + 1.440 \cdot 1.995}{1.695 + 1.440} = 1.801$$

i broja elemenata u uzorku (*obim uzorka*):

$$n = \left(\frac{k_\alpha + k_\beta}{k_{p_1} - k_{p_2}} \right)^2 \cdot \left(1 + \frac{k^2}{2} \right) = \left(\frac{1.695 + 1.440}{1.995 - 1.635} \right)^2 \cdot \left(1 + \frac{1.801^2}{2} \right) = 198.588 \approx 199.$$

Napomena: obim uzorka zaokružujemo na prvi veći ceo broj.

Kriva operativne karakteristike $P_a = f(p)$ se konstruiše na osnovu jednačina:

$$k_p = k - h \cdot k_{P_a}$$

gde je:

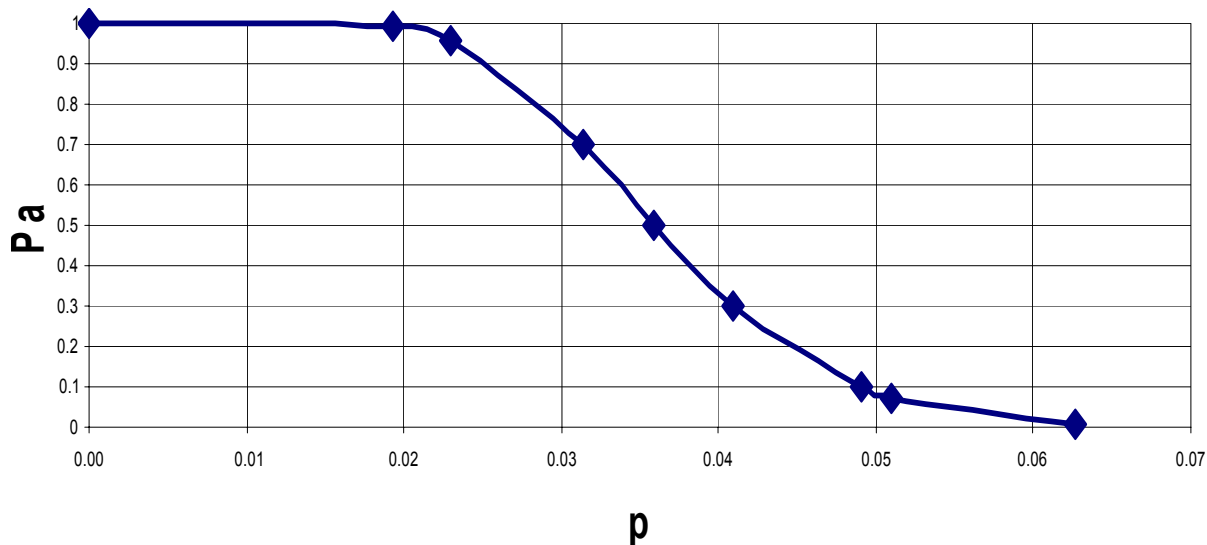
$$h = \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{k^2}{2 \cdot (n-1)}} = \sqrt{\frac{1}{199} + \frac{1.801^2}{2 \cdot (199-1)}} = 0.115.$$

Procenat defektnih delova u seriji (p) za različite verovatnoće (P_a) izračunava se pomoću tabele 3:

Tabela 3.

P_a	k_{P_a}	$h \cdot k_{P_a}$	$k_p = k - h \cdot k_{P_a}$	$p = 0.5 - \Phi(k_p)$
0.99	-2.3263	-0.2674	2.0680	0.0193
$0.955 = 1 - \alpha$	-1.6954	-0.1949	1.9955	0.0230
0.70	-0.5244	-0.0603	1.8609	0.0314
0.50	0.0000	0.0000	1.8006	0.0359
0.30	0.5244	0.0603	1.7403	0.0409
0.10	1.2816	0.1473	1.6533	0.0491
$0.075 = \beta$	1.4395	0.1655	1.6351	0.0510
0.01	2.3263	0.2674	1.5332	0.0626

Na osnovu podataka iz tabele 3 konstruišemo krivu operativne karakteristike plana prijema, prikazanu slikom 3.



Slika 3: Kriva operativne karakteristike plana prijema.

Sa dijagrama se može proceniti da verovatnoća prihvatanja serije koja ima nivo kvaliteta 3% iznosi oko 75%

Oblast prihvatanja serije određena je graphicima:

$$\bar{x} + k \cdot s \leq U \text{ i}$$

$$\bar{x} - k \cdot s \geq L,$$

odnosno:

$$\bar{x} + 1.801 \cdot s \leq 11 \text{ [mm]} \text{ i}$$

$$\bar{x} - 1.801 \cdot s \geq 10.9 \text{ [mm]},$$

gde su:

- U \equiv gornja (upper) granična mera tolerisane karakteristike,
- L \equiv donja (lower) granična mera tolerisane karakteristike,
- \bar{x} \equiv aritmetička sredina uzorka (ocena nepoznate aritmetičke sredine serije), i
- s \equiv ocena nepoznate standardne devijacije serije.

Oblast prihvatanja može se grafički prikazati, ako se njene jednačine predstave u obliku:

$$s \leq \frac{11}{1.801} - \frac{\bar{x}}{1.801}$$

$$s \leq \frac{\bar{x}}{1.801} - \frac{10.9}{1.801}$$

odnosno:

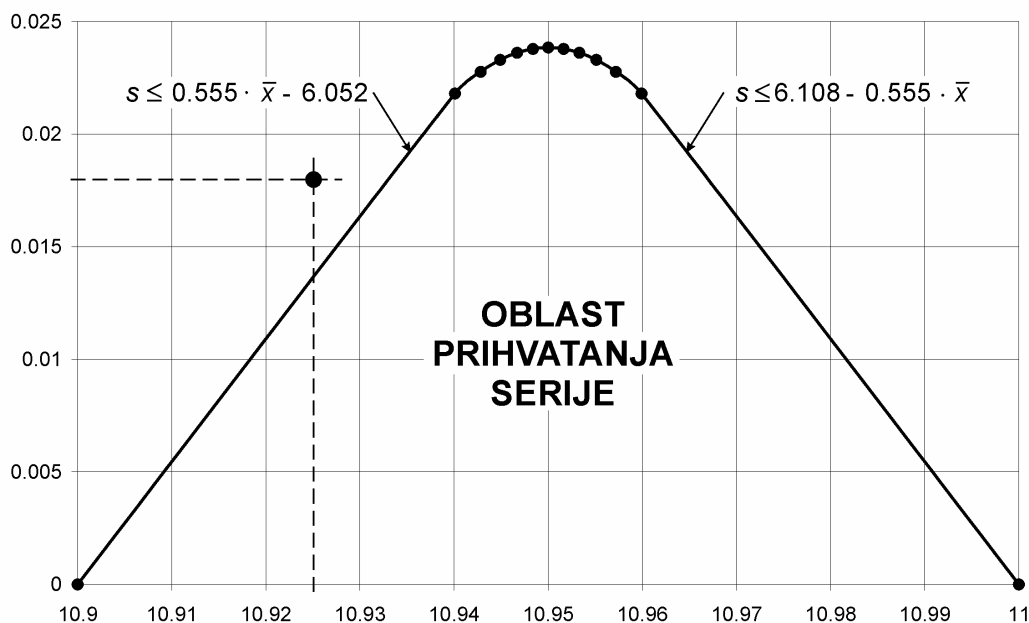
$$s \leq 6.108 - 0.555 \cdot \bar{x}$$

$$s \leq 0.555 \cdot \bar{x} - 6.052$$

Grafici ovih uslova ili **granice prihvatanja** prikazane su na slici 4, na kojoj se vidi da oba grafika imaju zajedničku opštu tačku čije su koordinate:

$$\bar{x} = \frac{1}{2} \cdot (L + U) = \frac{1}{2} \cdot (10.9 + 11) = 10.95 \text{ mm i}$$

$$s = 0.0275 \text{ mm.}$$



Data serija će biti prihvaćena samo ako odgovarajuća tačka uzorka (\bar{x}, s) padne u oblast prihvatanja, koja se nalazi između grafika i apscisne ose. U slučaju da ova tačka padne izvan ove oblasti, serija se odbija.

Dopuna granica oblasti prihvatanja izvodi se uvođenjem treće definicione jednačine plana prijema tolerisanih numeričkih karakteristika sa nepoznatom varijansom serije, koja glasi:

$$s \leq \frac{U - L}{\max(k_{p'_k} + k_{p''_k})}$$

Najpre određujemo veličinu k_p koja odgovara verovatnoći $P_a = 0.50$, na sledeći način:

$$P_a = 0.5 \Rightarrow k_{Pa} = 0 \Rightarrow k_p = k - h \cdot k_{Pa} = 1.801 \Rightarrow p_k = 0.5 - \Phi(k_p) = 0.036.$$

Veličinu $p_k = 0.036$ treba u nekoliko kombinacija podeliti na dva dela (p_k' i p_k''), ali tako da u svakoj kombinaciji bude: $p_k' + p_k'' = p_k$ i $p_k' \leq p_k''$.

Proračun dopunskih podataka potrebnih za crtanje grafika oblasti prihvatanja serije dat je tabelom 4.

Tabela 4.

p'_k	p''_k	k'_{p_k}	k''_{p_k}	$k'_{p_k} - k''_{p_k}$	$k'_{p_k} + k''_{p_k}$	[5]:[6]	$b \times [7]$	\bar{X}		s
								c-[8]	c+[8]	a/[6]
[1]	[2]	[3]	[4]	[5]	[6]	[7]	[8]	[9]	[10]	[11]
0.018	0.018	2.097	2.097	0.000	4.194	0.000	0.000	10.9500	10.9500	0.0238
0.015	0.021	2.170	2.034	0.137	4.204	0.032	0.002	10.9484	10.9516	0.0238
0.012	0.024	2.257	1.977	0.280	4.234	0.066	0.003	10.9467	10.9533	0.0236
0.009	0.027	2.366	1.927	0.439	4.292	0.102	0.005	10.9449	10.9551	0.0233
0.006	0.030	2.512	1.881	0.631	4.393	0.144	0.007	10.9428	10.9572	0.0228
0.003	0.033	2.748	1.838	0.909	4.586	0.198	0.010	10.9401	10.9599	0.0218

Napomena: $a = U - L = 0.1$; $b = (U - L)/2 = 0.05$; $c = (U + L)/2 = 10.95$

Dopunom granica oblasti prihvatanja serije, takođe prikazanom slikom 4, u potpunosti je definisan plan prijema date serije. Na slici se može videti da serija čiji uzorak ima aritmetičku sredinu 10.925 mm i disperziju 0.018 mm ne upada u oblast prihvatanja serije, što znači da se mora odbiti.