

KATEDRA ZA PROIZVODNO MAŠINSTVO  
UPRAVLJANJE KVALITETOM PROIZVODA (0109)  
UPRAVLJANJE KVALITETOM PROIZVODA I (0117)

**JUN 2006. god.**

**I grupa**

**PISMENI ISPIT**

1. Fabrika A koja se bavi proizvodnjom delova od aluminijumskog lima ima problema sa isporučiocem B koji šalje polufabrikate neujednačenog kvaliteta. Između ostalog, često se dešava da varira težina koturova u odnosu na onu koju je isporučilac naveo u predatnici, što kasnije pravi problema fabrici u planiranju dnevnih potreba repromaterijala. Kao odgovor na česte pritužbe, proizvođač aluminijumske trake B je odlučio da napravi analizu stabilnosti procesa proizvodnje, koristeći dvojne kontrolne karte. Izvršena su merenja jednočasovnog obima proizvodnje, na dvadeset uzoraka od po 4 elementa i dobijeni su rezultati, prikazani u tabeli 1. Potrebno je formirati odgovarajuće kontrolne karte, dati analizu stabilnosti proteklog procesa proizvodnje i na osnovu toga odgovoriti na pitanje da li su pritužbe fabrike A na kvalitet aluminijumskog lima osnovane.

Tabela 1.

RB uz.	vreme	težina koturova [kg]				RB uz.	vreme	težina koturova [kg]			
1	10:00	34.07	33.99	33.99	34.12	11	10:30	34.09	33.96	33.93	34.11
2	10:03	33.98	34.08	34.10	33.99	12	10:33	34.31	34.23	34.18	34.21
3	10:06	34.19	34.21	34.00	34.00	13	10:36	34.01	34.09	33.91	34.12
4	10:09	33.79	34.01	33.77	33.82	14	10:39	33.76	33.98	34.06	33.89
5	10:12	33.92	33.98	33.70	33.74	15	10:42	33.91	33.90	34.10	34.03
6	10:15	34.01	33.98	34.20	34.13	16	10:45	33.85	34.00	33.90	33.85
7	10:18	34.07	34.30	33.80	34.10	17	10:48	33.94	33.76	33.82	33.87
8	10:21	33.87	33.96	34.04	34.05	18	10:51	33.69	34.01	33.71	33.84
9	10:24	34.02	33.92	34.05	34.18	19	10:54	34.07	34.11	34.06	34.08
10	10:27	33.67	33.96	34.04	34.31	20	10:57	34.14	34.15	33.99	34.07

2. Na osnovu rezultata analize iz prethodnog zadatka proizvođač aluminijumske trake B je ponudio fabrici A da spusti cenu za 10% kako fabrika ne bi odustala od prethodno napravljenog dogovora o saradnji. Fabrika A je pristala na to, ali pod uslovom proizvođač B može da garantuje da bar 90% koturova trake ima širinu između 59.65 i 60.35 mm. Zato je napravljena nova analiza u cilju utvrđivanja da li se taj zahtev može ispuniti, na istom uzorku od 80 različitih niti, čiji su rezultati dati tabelom 2. Na osnovu te tabele, nacrtan je histogram, pretpostavljen oblik odgovarajuće teorijske hipoteze i izvršena je njena verifikacija  $\lambda$ -testom, a zatim je proverena ispunjenost zahteva koji je postavila fabrika A. Da li će fabrike A i B uspeti da nastave poslovnu saradnju?

Tabela 2.

Širina trake [mm]	59.5÷59.6	59.6÷59.7	59.7÷59.8	59.8÷59.9	59.9÷60.0
Broj koturova	1	3	6	11	18
Širina trake [mm]	60.0÷60.1	60.1÷60.2	60.2÷60.3	60.3÷60.4	60.4÷60.5
Broj koturova	19	12	7	2	1

**Rešenja zadataka:****1. ZADATAK****Ispitivanje stabilnosti protoklog procesa primenom  $\bar{X}$ -R kontrolnih karata**

Pošto je veličina uzoraka  $k = 4 < 10$ , zaključujemo da mera rasipanja predstavlja raspon, pa crtamo  $\bar{X}$ -R kontrolne karte.

**Tabela 3: Proračun aritmetičkih sredina i raspona.**

RB uz.	vreme merenja	težina koturova [kg]				aritmet. sredina [kg]	raspon [kg]
1	10:00	34.07	33.99	33.99	34.12	34.0425	0.13
2	10:03	33.98	34.08	34.10	33.99	34.0375	0.12
3	10:06	34.19	34.21	34.00	34.00	34.1000	0.21
4	10:09	33.79	34.01	33.77	33.82	33.8475	0.24
5	10:12	33.92	33.98	33.70	33.74	33.8350	0.28
6	10:15	34.01	33.98	34.20	34.13	34.0800	0.22
7	10:18	34.07	34.30	33.80	34.10	34.0675	0.50
8	10:21	33.87	33.96	34.04	34.05	33.9800	0.18
9	10:24	34.02	33.92	34.05	34.18	34.0425	0.26
10	10:27	33.67	33.96	34.04	34.31	33.9950	0.64
11	10:30	34.09	33.96	33.93	34.11	34.0225	0.18
12	10:33	34.31	34.23	34.18	34.21	34.2325	0.13
13	10:36	34.01	34.09	33.91	34.12	34.0325	0.21
14	10:39	33.76	33.98	34.06	33.89	33.9225	0.30
15	10:42	33.91	33.90	34.10	34.03	33.9850	0.20
16	10:45	33.85	34.00	33.90	33.85	33.9000	0.15
17	10:48	33.94	33.76	33.82	33.87	33.8475	0.18
18	10:51	33.69	34.01	33.71	33.84	33.8125	0.32
19	10:54	34.07	34.11	34.06	34.08	34.0800	0.05
20	10:57	34.14	34.15	33.99	34.07	34.0875	0.16
$\Sigma$						679.9500	4.66

Koristeći pomoćnu tabelu 3 izračunavamo gornju i donju kontrolnu granicu, kao i centralne linije za aritmetičku sredinu i raspon:

$$CL_{\bar{x}} = \bar{X} = \bar{\bar{x}} = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k \bar{x}_i = \frac{1}{20} \cdot 679.95 = 33.9975 \text{ kg,}$$

$$CL_R = \bar{R} = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k R_i = \frac{1}{20} \cdot 4.66 = 0.233 \text{ kg,}$$

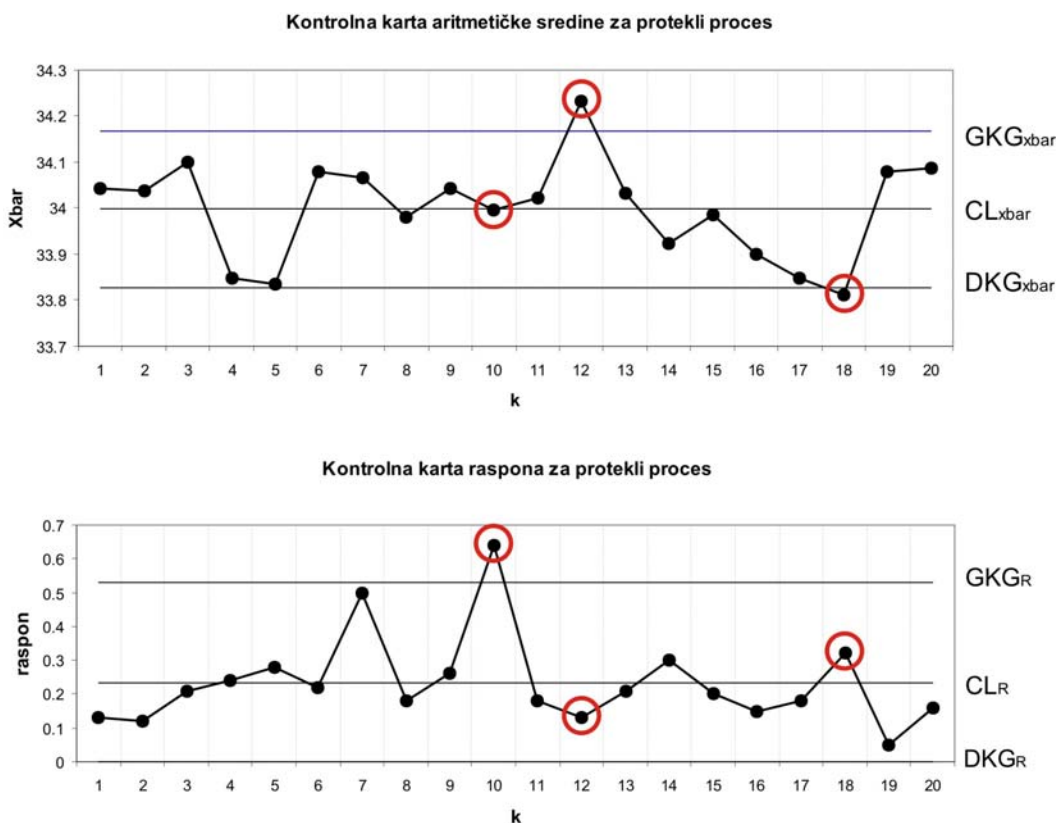
$$GKG_{\bar{x}} = \bar{\bar{x}} + A_2 \bar{R} = 33.9975 + 0.729 \cdot 0.233 = 34.167357 \text{ kg,}$$

$$DKG_{\bar{x}} = \bar{\bar{x}} - A_2 \bar{R} = 33.9975 - 0.729 \cdot 0.233 = 33.827643 \text{ kg,}$$

$$GKG_R = D_4 \bar{R} = 2.282 \cdot 0.233 = 0.531706 \text{ kg,}$$

$$DKG_R = D_3 \bar{R} = 0 \cdot 0.233 = 0 \text{ kg,}$$

što nam omogućava da nacrtamo kontrolne karte za protekli proces obrade (slika 1).



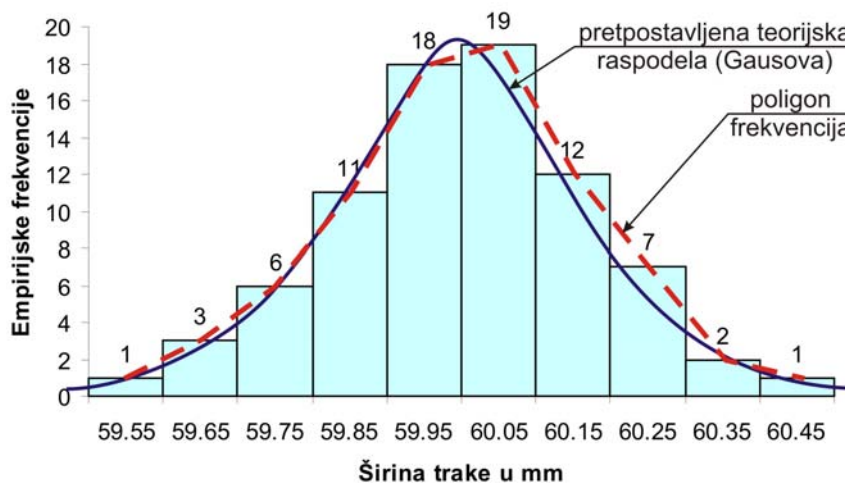
Slika 1: Dvojna  $\bar{X}$ -R kontrolna karta za protekli proces.

Na osnovu slike 1 uočavamo da se u tri uzorka (10, 12 i 18) po jedan od analiziranih parametara nalazi van kontrolnih granica, na osnovu čega zaključujemo da protekli proces proizvodnje aluminijske trake nije bio stabilan, odnosno da su pritužbe fabrike A osnovane.

**2. ZADATAK**

**Provera hipoteze o normalnosti osnovnog skupa primenom Lambda-testa**

Najpre konstruišemo histogram empirijske raspodele uzorka, koji je prikazan na slici 2. Na osnovu oblika krive raspodele empirijskih frekvencija može se pretpostaviti da se uzorak pokorava normalnom zakonu raspodele.



Slika 2: Histogram empirijske raspodele uzorka.

Za proveru normalnosti osnovnog skupa pomoću  $\lambda$ -testa, potrebno je najpre odrediti odgovarajuće računске vrednosti parametara lokacije i disperzije uzorka, za šta koristimo tabelu 4. Svaki interval je reprezentovan svojom sredinom.

Tabela 4.

redni broj	$x_i$ [mm]	$f_i$	$x_i - a$	$(x_i - a)^2$	$(x_i - a) \cdot f_i$	$(x_i - a)^2 \cdot f_i$
1	59.55	1	-0.5	0.25	-0.5	0.25
2	59.65	3	-0.4	0.16	-1.2	0.48
3	59.75	6	-0.3	0.09	-1.8	0.54
4	59.85	11	-0.2	0.04	-2.2	0.44
5	59.95	18	-0.1	0.01	-1.8	0.18
6	60.05	19	0	0	0	0
7	60.15	12	0.1	0.01	1.2	0.12
8	60.25	7	0.2	0.04	1.4	0.28
9	60.35	2	0.3	0.09	0.6	0.18
10	60.45	1	0.4	0.16	0.4	0.16
		$\Sigma$ 80			$\Sigma$ -3.9	2.63

gde je:  $a = 60.05$  mm  $\equiv$  vrednost sredine intervala sa najvećom frekvencijom.

Vrednost aritmetičke sredine uzorka dobijamo prema sledećem obrascu:

$$\bar{x} = a + \frac{1}{N} [\Sigma (x_i - a) \cdot f_i] = 60.05 + \frac{-3.9}{80} = 60.00125 \text{ mm,}$$

a standardnu grešku prema:

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N} \cdot [\Sigma (x_i - a)^2 f_i] - (\bar{x} - a)^2} = \sqrt{\frac{2.63}{80} - (60.00125 - 60.05)^2} = 0.17464 \text{ mm.}$$

Provera hipoteze o normalnosti osnovnog skupa pomoću  $\lambda$ -testa, vrši se prema tabeli 5:

Tabela 5: Pomoćna tabela za primenu  $\lambda$ -testa.

RB	$x_i$ [mm]	$ x_i - \bar{x} $	$t = \frac{ x_i - \bar{x} }{\sigma}$	$\varphi(t)$	$f_t = \frac{d \cdot n}{\sigma} \cdot \varphi(t)$	$f_e$	$N_e$	$N_t$	$ N_e - N_t $
1	59.55	0.45125	2.58392	0.01416	0.64871	1	1	0.64871	0.35129
2	59.65	0.35125	2.01130	0.05278	2.41784	3	4	3.06655	0.93345
3	59.75	0.25125	1.43869	0.14173	6.49237	6	10	9.55892	0.44108
4	59.85	0.15125	0.86608	0.27418	12.55976	11	21	22.11868	1.11868
5	59.95	0.05125	0.29346	0.38213	17.50493	18	39	39.62361	0.62361
6	60.05	0.04875	0.27915	0.38370	17.57682	19	58	57.20042	0.79958
7	60.15	0.14875	0.85176	0.27757	12.71515	12	70	69.91557	0.08443
8	60.25	0.24875	1.42437	0.14466	6.62679	7	77	76.54236	0.45764
9	60.35	0.34875	1.99699	0.05432	2.48821	2	79	79.03057	0.03057
10	60.45	0.44875	2.56960	0.01469	0.67309	1	80	79.70366	0.29634
					$\Sigma$ 79.70367	80			

Vrednosti za  $\varphi(t)$  su izračunate pomoću formule:

$$\varphi(t) = \frac{e^{-\frac{t^2}{2}}}{\sqrt{2\pi}}.$$

Ostale veličine korišćene u ovoj tabeli su:

- teorijska frekvencija empirijskog rasporeda:

$$f_t = \frac{d \cdot n}{\sigma} \cdot \varphi(t) = \frac{0.1 \cdot 80}{0.17464} \cdot \varphi(t) = 45.80852 \cdot \varphi(t),$$

- $d = 0.1 \equiv$  širina grupnog intervala,
- $n = 80 \equiv$  broj elemenata u uzorku,
- $N_e \equiv$  kumulativna empirijska frekvencija,
- $N_t \equiv$  kumulativna teorijska frekvencija.

Pošto maksimalna razlika kumulativnih empirijskih i teorijskih frekvencija iznosi:

$$\max\{|N_e - N_t|\} = 1.11868,$$

to se iz sledeće jednačine dobija vrednost veličine  $\lambda$ :

$$\lambda = \frac{\max\{|N_e - N_t|\}}{n} \cdot \sqrt{n} = \frac{1.11868}{80} \cdot \sqrt{80} = 0.12507.$$

Prema UKP M2, tab.7, str.242, uzevši u obzir da je:

$$\lambda = 0.12507 < 0.30,$$

sledi da je:

$$P(\lambda) = 1.$$

Pošto je  $P(\lambda) = 1 > 0.6$  (UKP M2, str.87), to se hipoteza o normalnosti osnovnog skupa može smatrati istinitom, odnosno empirijski skup odgovara modelu normalne raspodele.

Ostaje još samo da proverimo koliki procenat koturova ima širinu trake u zahtevanim granicama od 59.6 do 60.4 mm. Verovatnoća za to računa se prema obrascu:

$$P(59.6 < x < 60.4) = 2\Phi(t_{60.4}),$$

gde je:

$$t = \frac{x - \bar{x}}{\sigma} \Rightarrow t_{60.4} = \frac{60.4 - 60.00125}{0.17464} = 2.28,$$

pa prema UKP, metode 1, tablica 1, strana 373, dobijamo:

$$2\Phi(t_{60.4}) = 0.9774 = 97.74\% > 90\%.$$

Dakle, 97.74% koturova imati širinu trake u traženim granicama, što je više od 90%, a to znači da će fabrike A i B ostvariti poslovnu saradnju.