

KATEDRA ZA PROIZVODNO MAŠINSTVO  
UPRAVLJANJE KVALITETOM PROIZVODA (0109)  
UPRAVLJANJE KVALITETOM PROIZVODA I (0117)

JUL 2006. god.

I grupa

### PISMENI ISPIT

1. Fabrika reznih alata ima u svom sastavu odeljenje za inspekciju geometrije alata koje poseduje 22 profil-projektora. Jedna od značajnijih stavki specifikacije repromaterijala za održavanje ovih aparata je sijalica od 12 W, koja se na tržištu može nabaviti od strane dva proizvođača A i B, po približno istoj ceni. Rukovodilac odeljenja za inspekciju je odlučio da napravi analizu koja treba da da odgovor na pitanje da li ima razlike u kvalitetu tih sijalica, ili treba kompletnu nabavku izvršiti samo od kvalitetnijeg proizvođača. Postupak analize tekao je na sledeći način: u 10 profil-projektora ugrađene su sijalice proizvođača A i konstatovano je da je prosečan vek njihovog trajanja iznosio 1320 h, sa disperzijom  $45000 \text{ h}^2$ , a u preostalih 12 profil-projektora ugrađene su sijalice proizvođača B, gde je izmeren prosečan vek trajanja 1450 h, sa disperzijom  $22000 \text{ h}^2$ . Da li su sijalice proizvođača A i B istog kvaliteta? Pouzdanost dobijenog zaključka treba da bude 95%.
2. Na strugu se obrađuje spoljašnja mera  $\varnothing 43_{+0.05}^{+0.15}$ . Za kontrolu date karakteristike kvaliteta koristi se plan prijema. Poznati su:
  - rizik proizvođača: 3.9%,
  - rizik kupca: 6.8%,
  - prihvatljivi nivo kvaliteta: 2.2%, i
  - odbijajući nivo kvaliteta: 4.7%.
  - a) Koliki je obim uzorka za ovaj plan prijema?
  - b) Grafičkom metodom proceniti verovatnoću prihvatanja serije koja ima nivo kvaliteta 4%.
  - c) Da li se pomoću ovog plana prijema može prihvatiti serija čiji uzorak ima aritmetičku sredinu 43.097 mm i disperziju 0.021 mm?
3. Na revolver strugu se prostrugivanjem obrađuje cilindrična površina  $x = 145_{-0.06}^{+0.04}$  mm, dužine 49 mm, sa sledećim režimom:  $v = 82 \text{ m/min}$ ,  $s = 0.32 \text{ mm/o}$  i  $a = 1.7 \text{ mm}$ . Alat je regulisan metodom probnih komada, na radnu meru  $x_r = 145 \text{ mm}$ . Ostali uslovi obrade su:
  1. Greške postavljanja alata i metoda merenja:  $\Delta_p = 0.02 \text{ mm}$  i  $\Delta_m = 0.03 \text{ mm}$ ;
  2. Slučajna greška:  $\Delta_{sl} = 0.04 \text{ mm} = \text{const.}$ ;
  3. Otpor prodiranja:  $F_2 = 391 \cdot a \cdot s^{0.71} \text{ [N]}$ ;
  4. Krutost obradnog sistema u kritičnom preseku:  $K_S = 4.13 \cdot 10^4 \text{ N/mm}$ ;
  5. Temperaturna dilatacija noža:  $\Delta L = 0.015 \text{ mm}$ ; i
  6. Zavisnost parametra habanja  $B_L \text{ [mm]}$  (širina pojasa habanja na leđnoj površini noža) od vremena rezanja  $t \text{ [min]}$  data je obrascem:  $B_L = 4 \cdot 10^{-5} \cdot t^{1.59}$ ; i
  7. Leđni ugao noža:  $\alpha = 8^\circ 11'$ .Utvrđiti potreban broj probnih komada, ako je do prvog periodičnog regulisanja alata izrađeno ukupno 99 komada.

**Rešenja zadataka:****1. ZADATAK****Testiranje hipoteze o jednakosti aritmetičkih sredina dva osnovna skupa na osnovu njihovih uzoraka**

Zadati su sledeći podaci:

- Prvi uzorak:  $n_1 = 10$ ,  $\bar{x}_1 = 1320$  h,  $s_1^2 = 45000$  h<sup>2</sup>;
- Drugi uzorak:  $n_2 = 12$ ,  $\bar{x}_2 = 1450$  mm,  $s_2^2 = 22000$  h<sup>2</sup>.

Pod kvalitetom sijalica ovde se očigledno podrazumeva prosečna dužina trajanja u eksploataciji, što znači da je potrebno proveriti hipotezu o jednakosti aritmetičkih sredina dva osnovna skupa, na osnovu uzoraka.

Postavljamo nultu hipotezu da je kvalitet jednak, odnosno da je prosečan životni veka sijalica oba proizvođača jednak. Za proveru ove hipoteze koristimo Studentov  $t$ -test. Potrebno je najpre izračunati vrednost parametra  $t_1$ , prema obrascu:

$$t_1 = \frac{|\bar{x}_1 - \bar{x}_2|}{\sqrt{(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2}} \sqrt{\frac{n_1 n_2 (n_1 + n_2 - 2)}{n_1 + n_2}} \Rightarrow$$

$$t_1 = \frac{|1320 - 1450|}{\sqrt{(10 - 1) \cdot 45000 + (12 - 1) \cdot 22000}} \sqrt{\frac{10 \cdot 12 \cdot (10 + 12 - 2)}{10 + 12}} \Rightarrow t_1 = 1.69$$

Zatim izračunavamo stepen slobode:  $k = n_1 + n_2 - 2 = 10 + 12 - 2 = 20$  i, napokon, za  $k = 20$  i nivo značajnosti  $\alpha = 1 - 0.95 = 0.05$  (traži se da pouzdanost dobijenog zaključka bude 95%), dobijamo:  $t = 2.086$  (UKP M2, tab.9).

Pošto je:  $1.69 < 2.086$ , odnosno  $t_1 < t$ , sledi da se hipoteza o jednakosti aritmetičkih sredina ne može odbaciti, odnosno da se nemamo razloga da odbacimo pretpostavku da su sijalice proizvođača A i B istog kvaliteta.

**2. ZADATAK****Plan prijema za numeričke karakteristike**

Na osnovu zadatih podataka:

- $\alpha = 3.9\% = 0.039$ ,
- $\beta = 6.8\% = 0.068$ ,
- $p_1 = 2.2\% = 0.022$ , i
- $p_2 = 4.7\% = 0.047$ ,

a prema UKP M2, tab.II, str.342, dobijamo:

- $k_\alpha = \Phi^{-1}(0.5 - \alpha) = \Phi^{-1}(0.461) = 1.762$ ,
- $k_\beta = \Phi^{-1}(0.5 - \beta) = \Phi^{-1}(0.432) = 1.491$ ,
- $k_{p_1} = \Phi^{-1}(0.5 - p_1) = \Phi^{-1}(0.478) = 2.014$ , i
- $k_{p_2} = \Phi^{-1}(0.5 - p_2) = \Phi^{-1}(0.453) = 1.675$ .

Konstanta prijema (normalno odstupanje) se dobija prema obrascu:

$$k = \frac{k_\alpha \cdot k_{p_2} + k_\beta \cdot k_{p_1}}{k_\alpha + k_\beta} = \frac{1.762 \cdot 1.675 + 1.491 \cdot 2.014}{1.762 + 1.491} = 1.830.$$

Broj elemenata u uzorku (*obim uzorka*) izračunavamo prema:

$$n = \left( \frac{k_\alpha + k_\beta}{k_{P_1} - k_{P_2}} \right)^2 \cdot \left( 1 + \frac{k^2}{2} \right) = \left( \frac{1.762 + 1.491}{2.014 - 1.675} \right)^2 \cdot \left( 1 + \frac{1.830^2}{2} \right) = 245.724 \approx 246.$$

**Napomena:** obim uzorka zaokružujemo na prvi veći ceo broj.

**Kriva operativne karakteristike**  $P_a = f(p)$  se konstruiše na osnovu jednačina:

$$k_p = k - h \cdot k_{P_a}$$

gde je:

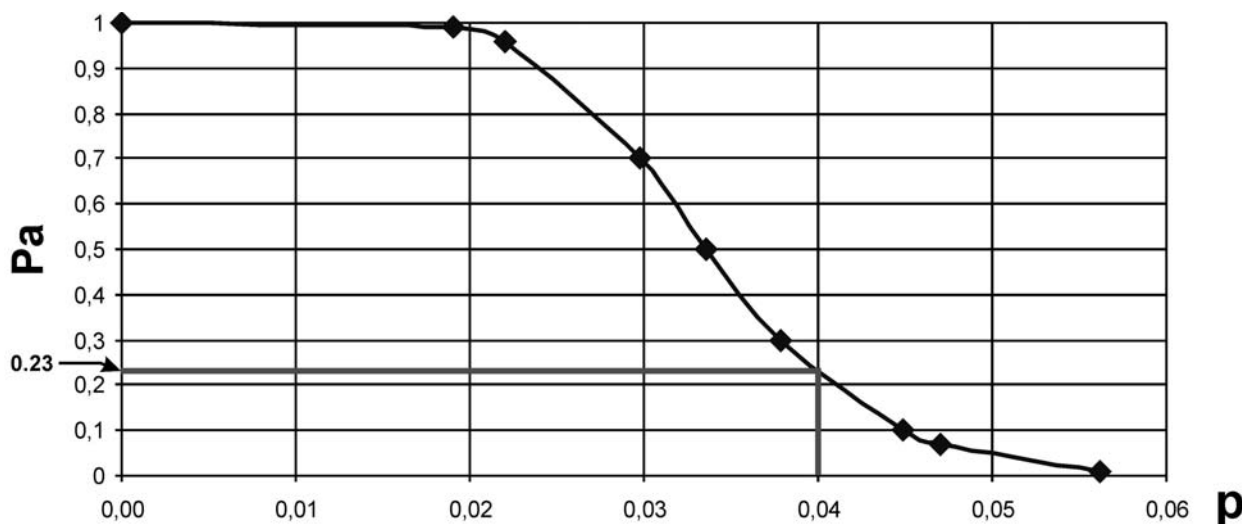
$$h = \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{k^2}{2 \cdot (n-1)}} = \sqrt{\frac{1}{246} + \frac{1.830^2}{2 \cdot (246-1)}} = 0.104.$$

**Procenat defektnih delova u seriji** ( $p$ ) za različite verovatnoće ( $P_a$ ) izračunava se pomoću table 3:

Tabela 3.

$P_a$	$k_{P_a}$	$h \cdot k_{P_a}$	$k_p = k - h \cdot k_{P_a}$	$p = 0.5 - \Phi(k_p)$
0.99	0.99	-2.3263	-0.2429	2.0731
$0.961 = 1 - \alpha$	0.961	-1.7624	-0.1840	2.0142
0.7	0.7	-0.5244	-0.0548	1.8850
0.5	0.5	0.0000	0.0000	1.8302
0.3	0.3	0.5244	0.0548	1.7755
0.1	0.1	1.2816	0.1338	1.6964
$0.068 = \beta$	0.068	1.4909	0.1557	1.6746
0.01	0.01	2.3263	0.2429	1.5873

Na osnovu podataka iz table 3 konstruišemo krivu operativne karakteristike plana prijema, prikazanu slikom 3.



Slika 3: Kriva operativne karakteristike plana prijema.

Sa dijagrama se može proceniti da verovatnoća prihvatanja serije koja ima nivo kvaliteta 4% iznosi oko 23%

Oblast prihvatanja serije određena je graficima:

$$\bar{x} + k \cdot s \leq U \text{ i } \bar{x} - k \cdot s \geq L,$$

odnosno:

$$\bar{x} + 1.830 \cdot s \leq 43.15 \text{ [mm]} \text{ i } \bar{x} - 1.830 \cdot s \geq 43.05 \text{ [mm]},$$

gde su:

- $U \equiv$  gornja (upper) granična mera tolerisane karakteristike,
- $L \equiv$  donja (lower) granična mera tolerisane karakteristike,
- $\bar{x} \equiv$  aritmetička sredina uzorka (ocena nepoznate aritmetičke sredine serije), i
- $s \equiv$  ocena nepoznate standardne devijacije serije.

Oblast prihvatanja može se grafički prikazati, ako se njene jednačine predstave u obliku:

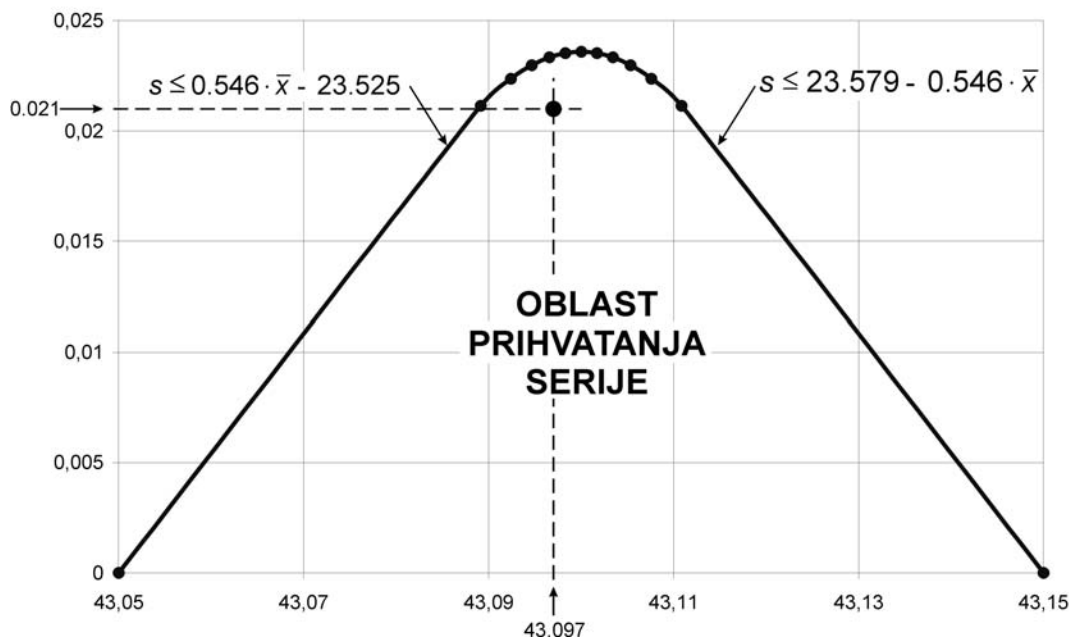
$$s \leq \frac{43.15}{1.83} - \frac{\bar{x}}{1.83}, \quad s \leq \frac{\bar{x}}{1.83} - \frac{43.05}{1.83}$$

odnosno:

$$s \leq 23.579 - 0.546 \cdot \bar{x}, \quad s \leq 0.546 \cdot \bar{x} - 23.525$$

Grafici ovih uslova ili **granice prihvatanja** prikazane su na slici 4, na kojoj se vidi da oba grafika imaju zajedničku opštu tačku čije su koordinate:

$$\bar{x} = \frac{1}{2} \cdot (L + U) = \frac{1}{2} \cdot (43.05 + 43.15) = 43.1 \text{ mm i } s = 0.027 \text{ mm.}$$



Slika 4: Oblast prihvatanja serije.

Data serija će biti prihvaćena samo ako odgovarajuća tačka uzorka  $(\bar{x}, s)$  padne u oblast prihvatanja, koja se nalazi između grafika i apscisne ose. U slučaju da ova tačka padne izvan ove oblasti, serija se odbija.

Dopuna granica oblasti prihvatanja izvodi se uvođenjem treće definicije jednačine plana prijema tolerisanih numeričkih karakteristika sa nepoznatom varijansom serije:

$$s \leq \frac{U - L}{\max(k_{p'k} + k_{p''k})}$$

Najpre određujemo veličinu  $k_p$  koja odgovara verovatnoći  $P_a = 0.50$ , na sledeći način:

$$P_a = 0.5 \Rightarrow k_{Pa} = 0 \Rightarrow k_p = k - h \cdot k_{Pa} = 1.830 \Rightarrow p_k = 0.5 - \Phi(k_p) = 0.034.$$

Veličinu  $p_k = 0.036$  treba u nekoliko kombinacija podeliti na dva dela ( $p_k'$  i  $p_k''$ ), ali tako da u svakoj kombinaciji bude:  $p_k' + p_k'' = p_k$  i  $p_k' \leq p_k''$ .

Proračun dopunskih podataka potrebnih za crtanje grafika oblasti prihvatanja serije dat je tabelom 4.

Tabela 4.

$p_k'$	$p_k''$	$k_{p_k}'$	$k_{p_k}''$	$k_{p_k}' - k_{p_k}''$	$k_{p_k}' + k_{p_k}''$	[5]:[6]	$b \times [7]$	$\bar{x}$		s
								c-[8]	c+[8]	
[1]	[2]	[3]	[4]	[5]	[6]	[7]	[8]	[9]	[10]	[11]
0.017	0.017	2.120	2.120	0.000	4.240	0.000	0.000	43.1000	43.1000	0.0236
0.014	0.02	2.197	2.054	0.144	4.251	0.034	0.002	43.0983	43.1017	0.0235
0.011	0.023	2.290	1.995	0.295	4.286	0.069	0.003	43.0966	43.1034	0.0233
0.008	0.026	2.409	1.943	0.466	4.352	0.107	0.005	43.0946	43.1054	0.0230
0.005	0.029	2.576	1.896	0.680	4.472	0.152	0.008	43.0924	43.1076	0.0224
0.002	0.032	2.878	1.852	1.026	4.730	0.217	0.011	43.0892	43.1108	0.0211

Napomena:  $a = U - L = 0.1$ ;  $b = (U - L)/2 = 0.05$ ;  $c = (U + L)/2 = 43.1$

Dopunom granica oblasti prihvatanja serije, takođe prikazanom slikom 4, u potpunosti je definisan plan prijema date serije. Na slici se može videti da serija čiji uzorak ima aritmetičku sredinu 43.097 mm i disperziju 0.021 mm upada u oblast prihvatanja serije, što znači da se može prihvatiti.

### 3. ZADATAK

#### Analitički metod

Ukupna greška obrade se računa prema sledećem obrascu:

$$\Delta = \Delta_I + \Delta_{II} = \Delta_e + \Delta_h - \Delta_\theta + \sqrt{\Delta_{sl}^2 + \Delta_p^2 + \Delta_m^2 + \Delta_n^2}.$$

Greška usled elastičnih deformacija noža se računa prema obrascu:

$$\Delta_e = \frac{2 \cdot F_2}{K_s} = \frac{2 \cdot 391 \cdot 1.7 \cdot 0.32^{0.71}}{4.13 \cdot 10^4},$$

i iznosi:

$$\Delta_e = 0.0143 \text{ mm.}$$

Greška usled toplotnih dilatacija noža se računa prema obrascu:

$$\Delta_\theta = 2 \cdot \Delta l = 2 \cdot 0.015,$$

i iznosi:

$$\Delta_\theta = 0.03 \text{ mm.}$$

Vreme obrade 99 komada dobija se prema obrascu:

$$t = \frac{D_{\max} \cdot \pi \cdot l \cdot N}{v \cdot s} = \frac{d \cdot \pi \cdot l \cdot N}{v \cdot s} = \frac{145 \cdot \pi \cdot 49 \cdot 99}{82 \cdot 1000 \cdot 0.32} = 84.214 \text{ min,}$$

pa možemo izračunati grešku usled habanja noža:

$$\begin{aligned}\Delta_h &= 2 \cdot B_r = 2 \cdot B_L \cdot \operatorname{tg} \alpha = 2 \cdot 4 \cdot 10^{-5} \cdot t^{1.59} \cdot \operatorname{tg} \alpha \Rightarrow \\ \Delta_h &= 2 \cdot 4 \cdot 10^{-5} \cdot 84.214^{1.59} \cdot \operatorname{tg} 8.183^\circ = 0.0132 \text{ mm.}\end{aligned}$$

Greške postavljanja alata, metoda merenja, kao i slučajna greška, zadate su tekstem zadatka i iznose:

$$\Delta_p = 0.02 \text{ mm}, \Delta_m = 0.03 \text{ mm}, \Delta_{sl} = 0.04 \text{ mm}.$$

Greška metode probnih komada računa se prema obrascu:

$$\Delta_n = \frac{\Delta_{sl}}{\sqrt{n_{PK}}},$$

u kome je nepoznata veličina broj probnih komada  $n_{PK}$ .

Ukupna nesistematska greška se računa prema obrascu:

$$\begin{aligned}\Delta_{II} &= \sqrt{\Delta_{sl}^2 + \Delta_p^2 + \Delta_m^2 + \Delta_n^2} = \sqrt{\Delta_{sl}^2 + \Delta_p^2 + \Delta_m^2 + \frac{\Delta_{sl}^2}{n_{PK}}} = \\ &= \sqrt{0.04^2 + 0.02^2 + 0.03^2 + \frac{0.04^2}{n_{PK}}} = \sqrt{0.0029 + \frac{0.0016}{n_{PK}}},\end{aligned}\quad (1)$$

i ona mora da zadovolji sledeći uslov:

$$\Delta_e + \Delta_h - \Delta_\theta + \Delta_{II} \leq T_{ras} \Rightarrow \Delta_{II} \leq T_{ras} - \Delta_e - \Delta_h + \Delta_\theta.$$

Da bismo mogli da odredimo veličinu raspoloživog dela tolerancijskog polja  $T_{ras}$ , moramo najpre da proverimo sledeći uslov:

$$\Delta_\theta = 0.03 < \Delta_e + \Delta_{II} = 0.0143 + \Delta_{II} \text{ [mm]}\quad (2)$$

Iz jednačine (1) sledi:

$$\Delta_{II} = \sqrt{0.0029 + \frac{0.0016}{n_{PK}}} \geq \sqrt{0.0029} = 0.0539 \text{ mm},$$

što, kad se unese u nejednačinu (2) daje:

$$\Delta_e + \Delta_{II} \geq 0.0143 + 0.0539 = 0.0682 > 0.03 = \Delta_\theta,$$

dakle, uslov (2) je ispunjen.

Pošto se radi o unutrašnjem struganju i uslov (2) je ispunjen, dobijamo vrednost raspoloživog dela tolerancijskog polja:

$$T_{ras} = x_r - x_d = 145 - (145 - 0.06) = 0.06 \text{ mm},$$

a uslov koji mora da zadovolji ukupna nesistematska greška postaje:

$$\Delta_{II} \leq T_{ras} - \Delta_e - \Delta_h + \Delta_\theta = 0.06 - 0.0143 - 0.0132 + 0.03 = 0.0625 \text{ mm}.$$

Napokon, dobijamo broj probnih komada:

$$\begin{aligned}\Delta_{II} &= \sqrt{0.0029 + \frac{0.0016}{n_{PK}}} \leq 0.0625 \Rightarrow n_{PK} \geq 1.59 \Rightarrow \\ &\Rightarrow n_{PK} = 5 \text{ (broj probnih komada ne može biti manji od 5).}\end{aligned}$$