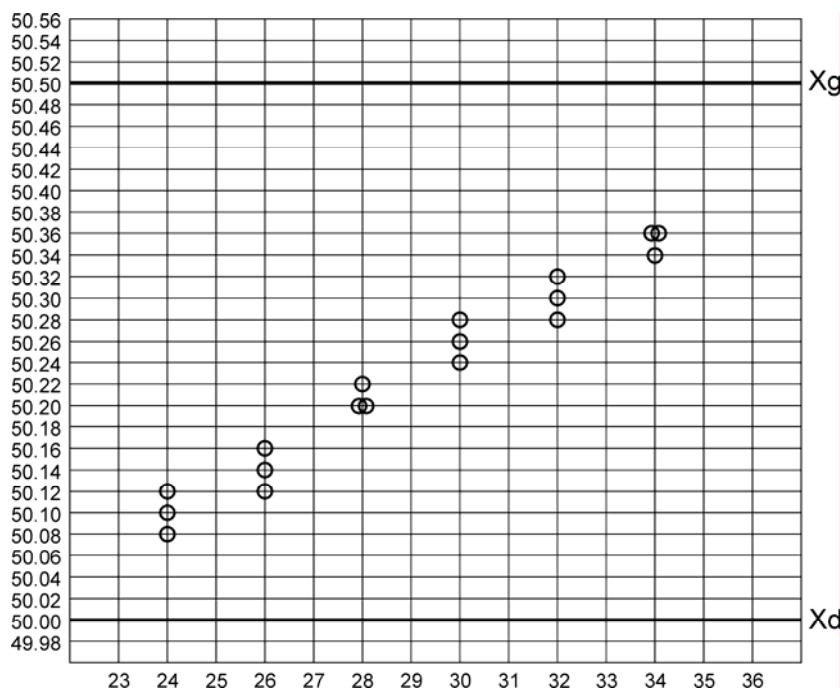


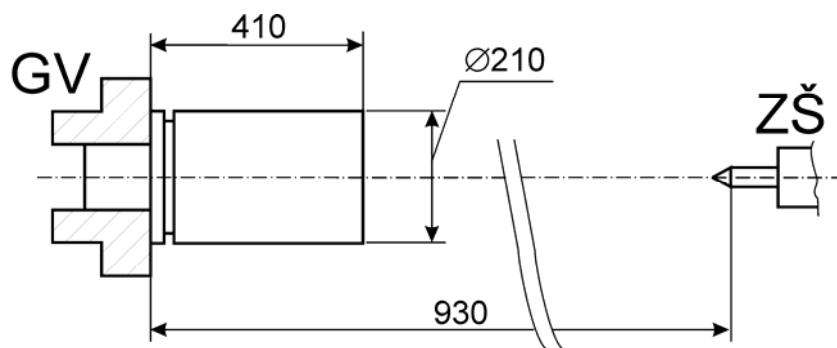
### PISMENI ISPIT

1. Slikom 1 je prikazana jedna kontrolna x-karta sa trendom, za protekli proces. Na istoj karti su ucrtane i zadate tolerancijske granične za posmatrani proces. Nakon kog rednog broja izvučenog uzorka će proces morati da bude obustavljen da bi se izbegla pojava neusaglašenosti? *Napomena:* pri proračunu statističkih veličina, radi ostvarivanja potrebne tačnosti, zaokruživanje vršiti na 6 decimala.



Slika 1: Kontrolna x-karta sa trendom za protekli proces.

2. Nakon ispitivanja tačnosti izrade jednog produktionog struga nepobitno je utvrđeno da u horizontalnoj ravni nema odstupanja paralelnosti vođica uzdužnog klizača od ose glavnog vretena. Ipak, posle obrade dela, čije su konstrukcione mere i shema stezanja prikazani slikom 2, sa radnom merom  $x_r = 210.05$  mm, utvrđeno je da izradak ima hiperboloidni oblik i da ostvarena mera prečnika na kraju obratka koji nije bio uklješten iznosi 210.065 mm. Utvrditi veličinu grešaka obrade usled neparalelnosti vođica i ose glavnog vretena, u karakterističnim pravcima, na čitavom rasponu između GV i zadnjeg šiljka, ako se ostale greške mogu zanemariti.



Slika 2: Dispozicija obradnog sistema iz teksta 2. zadatka.

3. Utvrđena je verovatnoća od 0.95% da će u nekom procesu doći do pojave neusaglašenosti. Ako bi se proces kontrolisao p-kartama, kolike bi bile vrednosti gornje i donje kontrolne granice za dan u kome bi bila vršena inspekcija uzorka veličine 800 komada?

**PRVA GRUPA - REŠENJA****1. ZADATAK****Linearna regresija**

Proračun parametara linearne regresije vršimo pomoću tabele 1.

*Tabela 1: Pomoćna tabela za proračun koeficijenata linearne regresije.*

		$X_i$						$f_j$ ( I )	$f_j \cdot y_j$ ( II )	$f_j \cdot y_j^2$ ( III )
		24	26	28	30	32	34			
$y_{ij}, j = 1, \dots, n$	50.08	1	0	0	0	0	0	1	50.08	2508.0064
	50.10	1	0	0	0	0	0	1	50.10	2510.0100
	50.12	1	1	0	0	0	0	2	100.24	20096.1152
	50.14	0	1	0	0	0	0	1	50.14	2514.0196
	50.16	0	1	0	0	0	0	1	50.16	2516.0256
	50.18	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	50.20	0	0	2	0	0	0	2	100.4	20160.3200
	50.22	0	0	1	0	0	0	1	50.22	2522.0484
	50.24	0	0	0	1	0	0	1	50.24	2524.0576
	50.26	0	0	0	1	0	0	1	50.26	2526.0676
	50.28	0	0	0	1	1	0	2	100.56	20224.6272
	50.30	0	0	0	0	1	0	1	50.30	2530.0900
	50.32	0	0	0	0	1	0	1	50.32	2532.1024
	50.34	0	0	0	0	0	1	1	50.34	2534.1156
	50.36	0	0	0	0	0	2	2	100.72	20289.0368
$f_i$	(1)	3	3	3	3	3	3	$\Sigma(1) = \Sigma(I) = 18$	$\Sigma(II) = 904.08$	$\Sigma(III) = 45409.068$
$f_i x_i$	(2)	72	78	84	90	96	102	$\Sigma(2) = 522$		
$f_i x_i^2$	(3)	1728	2028	2352	2700	3072	3468	$\Sigma(3) = 15348$		
$\sum_{j=1}^n f_{ij} y_j$	(4)	150.3	150.42	150.62	150.78	150.9	151.06	$\Sigma(4) = 904.08$		
$y_{ij} = x_i \sum_{j=1}^n f_{ij} y_j$	(5)	3607.2	3910.92	4217.36	4523.4	4828.8	5136.04	$\Sigma(5) = 26223.72$		

- Ukupan broj merenja:

$$n = \Sigma(1) = \Sigma(I) = 18.$$

- Aritmetičke sredine:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n f_i x_i = \frac{\Sigma(2)}{\Sigma(1)} = 29, \quad \bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n f_i y_i = \frac{\Sigma(II)}{\Sigma(I)} = 50.2266666667.$$

- Standardne devijacije:

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} = \sqrt{\frac{\Sigma(3)}{\Sigma(1)} - \bar{x}^2} = 3.416,$$

$$\sigma_y = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2} = \sqrt{\frac{\Sigma(III)}{\Sigma(I)} - \bar{y}^2} = 0.089.$$

- Kovarijacija:

$$C_{xy} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) = \frac{\Sigma(5)}{\Sigma(1)} - \bar{x} \cdot \bar{y} = 0.3.$$

- Koeficijent korelacije:

$$r_{xy} = \frac{C_{xy}}{\sigma_x \sigma_y} = 0.987 \text{ (jaka veza).}$$

- Koeficijenti prave regresije:

$$a_1 = r_{xy} \frac{\sigma_y}{\sigma_x} = 0.025,$$

$$a_0 = \bar{y} - a_1 \bar{x} = 49.481.$$

- Jednačina regresije:

$$\hat{y} = 49.481 + 0.025 \cdot x, \text{ odnosno: } X = 49.481 + 0.025 \cdot RB_{uzorka}.$$

Proces će morati da bude obustavljen pre nego što vrednost posmatrane karakteristike  $X$  dostigne gornju tolerancijsku granicu  $X_g = 50.5$

$$X_g = 50.5 = 49.481 + 0.025 \cdot RB_{uzorka} \Rightarrow \\ RB_{uzorka} = \frac{50.5 - 49.481}{0.025} = 40.76.$$

Dakle, proces će morati da bude zaustavljen nakon izvlačenja 40. uzorka da ne bi premašio gornju tolerancijsku granicu.

## 2. ZADATAK

### Greška usled netačnosti izrade elemenata obradnog sistema

Priraštaj prečnika izratka u zavisnosti od grešaka neparalelnosti vođica u odnosu na osu glavnog vretena u karakterističnim pravcima  $\Delta_y$  i  $\Delta_z$  računa se prema obrascu:

$$\Delta D = 2 \sqrt{\left( \frac{\Delta_y}{L} \cdot x + \frac{D_o}{2} \right)^2 + \frac{\Delta_z^2}{L^2} \cdot x^2} - D_o,$$

koji se, s obzirom na podatak iz teksta zadatka da izradak ima hiperboloidni oblik (na osnovu čega zaključujemo da je  $\Delta_z \neq 0$ ), a da sigurno nema odstupanja od paralelnosti u horizontalnoj ravni (što praktično znači da je  $\Delta_y = 0$ ), svodi na oblik:

$$\Delta D = 2 \sqrt{\left( \frac{D_o}{2} \right)^2 + \frac{\Delta_z^2}{L^2} \cdot x^2} - D_o,$$

odakle dobijamo drugu traženu grešku:

$$\Delta_z = \frac{L}{x} \cdot \sqrt{\left( \frac{D_o + \Delta D}{2} \right)^2 - \left( \frac{D_o}{2} \right)^2} = \frac{930}{410} \cdot \sqrt{\left( \frac{210.065}{2} \right)^2 - \left( \frac{210.05}{2} \right)^2} = 2.847 \text{ mm.}$$

U prethodnim jednačinama figurisali su sledeći podaci:

- Prečnik izratka (da nema grešaka neparalelnosti vođica i ose GV):

$$D_o = 210 + 0.05 \text{ mm},$$

- Dužina izratka:

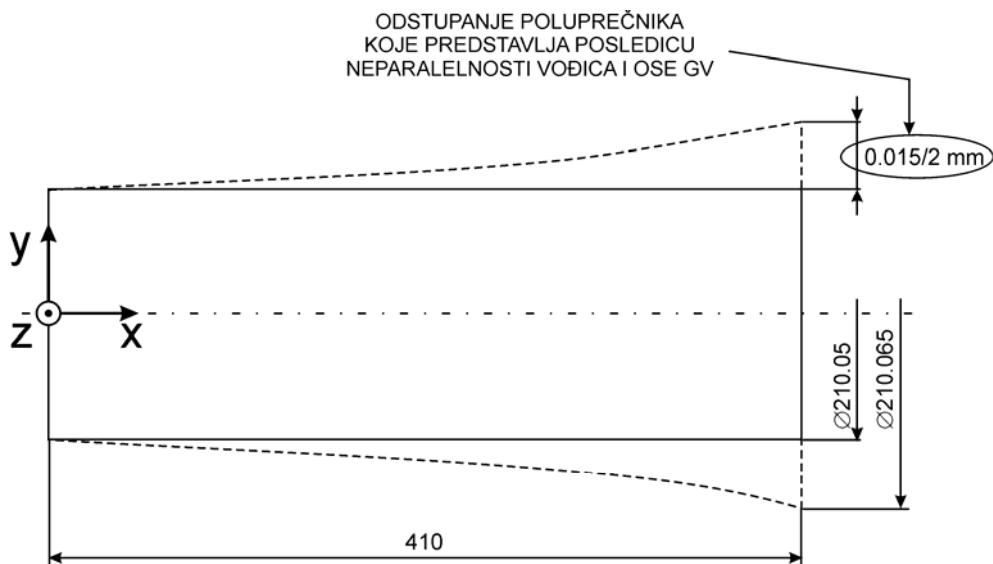
$$x = 410 \text{ mm, i}$$

- Dužina raspona između glavnog vretena, odn. stezne glave i zadnjeg šiljka:

$$L = 930 \text{ mm,}$$

- Greška usled neparalelnosti vođica i GV na dužini izratka (sl.3) :

$$\Delta D = 210.065 - 210.05 = 0.015 \text{ mm.}$$



Slika 3: Oblik izvodnice izratka, za slučaj  $\Delta_y = 0$  i  $\Delta_z \neq 0$ .

### 3. ZADATAK

#### Kontrolne p-karte

Verovatnoća da dođe da pojave neusaglašenosti na nivou čitavog procesa (prosečna verovatnoća) predstavlja centralnu liniju ( $CL_p$ ) kontrolne p-karte i, prema tekstu zadatka, ima vrednost:

$$CL_p : \bar{p} = 0.95 \text{ \%} .$$

Odstupanja gornje ( $GKG_p$ ) i donje ( $DKG_p$ ) kontrolne granice od centralne linije dobija se prema obrascu:

$$\Delta\bar{p} = 3 \cdot \sqrt{\frac{\bar{p}}{n} \cdot (100 - \bar{p})} = 3 \cdot \sqrt{\frac{0.95}{800} \cdot (100 - 0.95)} = 1.03 \text{ \%} ,$$

gde je  $n = 1200$  veličina serije u posmatranom danu.

Na osnovu prethodnog, dobijamo tražene vrednosti gornje i donje kontrolne granice, prema:

$$GKG_p = \bar{p} + \Delta\bar{p} = 0.95 + 1.03 = 1.98 \text{ \%} ,$$

$$DKG_p = \bar{p} - \Delta\bar{p} = 0.95 - 1.03 = -0.08 \text{ \%} \Rightarrow DKG_p = 0 \text{ \%} .$$