

## PISMENI ISPIT

- Na univerzalnom strugu se obrađuje otvor  $\varnothing 42^{+0.25}_{-0.15}$  mm, alatom čija je postojanost 27 min. Potrebno je ispitati mogućnost regulisanja alata metodom probnih komada, ako je  $n_{PK} = 5$ . Ako je regulisanje moguće, izračunati granice aritmetičke sredine probne grupe, pod uslovom da je regulisanje pravilno izvedeno, a ukoliko nije moguće, predložiti odgovarajuću korektivnu meru koja će najefikasnije omogućiti pravilno regulisanje metodom probnih komada.

Poznati su sledeći podaci:

- Merenje je izvršeno kljunastim pomičnim merilom sa nonijusom, rezolucije  $50 \mu\text{m}$ ;
- Alat je podešen korišćenjem komparatora rezolucije  $10 \mu\text{m}$ ;
- Greška usled nedovoljne krutosti elemenata obradnog sistema iznosi  $47 \mu\text{m}$ ;
- Greška usled topotnih dilatacija iznosi  $20 \mu\text{m}$ ;
- Zakon promene parametra habanja u vremenu glasi:  $B_r = 0.57 \cdot t^{1.22} [\mu\text{m}]$ ;
- Osnovni skup se pokorava zakonu normalne raspodele, sa disperzijom  $400 \mu\text{m}^2$ .

- Pri serijskoj obradi spoljašnjim uzdužnim struganjem na meru  $x = 28 \text{ mm}$ , izvučen je uzorak na osnovu koga je izvršeno testiranje hipoteze o normalnosti osnovnog skupa primenom  $\chi^2$ -testa. Tabelom 1 date su relativne učestanosti elemenata uzorka u određenim intervalima vrednosti karakteristike  $x$ .

Ukoliko se zna da je hipoteza o normalnosti osnovnog skupa bila na samoj granici prihvatljivosti, odrediti veličinu izvučenog uzorka  $N$ .

Tabela 1.

Srednje vrednosti intervala	$x_i [\text{mm}]$	27.99	28.00	28.01	28.02	28.03	28.04	28.05
Relativne učestanosti	$f_i / N$	0.05	0.15	0.20	0.28	0.16	0.11	0.05

**PRVA GRUPA - REŠENJA****1. ZADATAK****Ispitivanje mogućnosti regulisanja alata metodom probnih komada**

Dopuštena tolerancija regulisanja alata (slika 3) se dobija prema obrascu:

$$Tr_{dop} = T - (a + b) - 6\sigma \left( 1 + \frac{1}{\sqrt{n_{PK}}} \right) = 400 - (27 + 64) - 6 \cdot 20 \cdot \left( 1 + \frac{1}{\sqrt{5}} \right) \Rightarrow \\ Tr_{dop.} = 135.33 \approx 135 \text{ } \mu\text{m}.$$

u kome figurišu sledeće veličine:

- $T = 0.25 - (-0.15) = 0.4 \text{ mm} = 400 \text{ } \mu\text{m}$ ;
- $a = \Delta_e - \Delta_\theta = 47 - 20 = 27 \text{ } \mu\text{m}$ ;
- $b = \Delta_h = 2 \cdot 0.57 \cdot t^{1.21} = 1.14 \cdot 27^{1.22} = 63.56 \approx 64 \text{ } \mu\text{m}$ ;
- $\sigma^2 = 400 \text{ } \mu\text{m}^2 \Rightarrow \sigma = 20 \text{ } \mu\text{m}$  (zadato);
- $n_{PK} = 5$  (zadato).

Računska vrednost tolerancije (greške) regulisanja se određuje prema obrascu:

$$Tr_{rac.} = \sqrt{\Delta_p^2 + \Delta_m^2} = \sqrt{15^2 + 200^2} = 200.56 \approx 201 \text{ } \mu\text{m}.$$

u kome figurišu sledeće veličine:

- $\Delta_p = 15 \text{ } \mu\text{m}$  (UKP M1, tab.6.3, str.167);
- $\Delta_m = 200 \text{ } \mu\text{m}$  (UKP M1, tab.6.4, str.168).

Vidimo da je matematički uslov regulisanja alata metodom probnih komada nije ispunjen, jer je računska vrednost tolerancije regulisanja veća od dopuštene:

$$Tr_{rac.} = 201 \text{ } \mu\text{m} > 135 \text{ } \mu\text{m} = Tr_{dop.}$$

Primenom kljunastog merila za unutrašnja merenja sa nonijusom veće rezolucije, npr.  $20 \text{ } \mu\text{m}$ , dobiće se vrednost greške metoda merenja  $\Delta_m = 100 \text{ } \mu\text{m}$  (UKP M1, tab.6.4, str.168), pa će nova računska vrednost greške regulisanja iznositi:

$$Tr_{rac.} = \sqrt{\Delta_p^2 + \Delta_m^2} = \sqrt{15^2 + 100^2} = 101.12 \approx 102 \text{ } \mu\text{m},$$

pa poređenjem:

$$Tr_{rac.} = 102 \text{ } \mu\text{m} < 135 \text{ } \mu\text{m} = Tr_{dop.}$$

utvrđujemo da je sada moguće izvesti pravilno regulisanje metodom probnih komada. Zadatkom nije zahtevano da se u ovom slučaju izračunaju granice aritmetičke sredine probne grupe.

*Napomena:* računsku vrednost tolerancije regulisanja uvek zaokružujemo na veću, a dopuštenu na manju celobrojnu vrednost, kako bismo ostali na „strani sigurnosti”.

## 2. ZADATAK

### Provera hipoteze o normalnosti osnovnog skupa primenom $\chi^2$ -testa

Najpre računamo vrednosti parametara lokacije i disperzije uzorka i za to koristimo tabelu 2.

Tabela 2: Pomoćna tabela za izračunavanje računskih vrednosti  $\bar{x}$  i  $\sigma$ .

RB	$x_i$ [mm]	$\frac{f_i}{N}$	$x_i - a$	$(x_i - a)^2$	$\frac{(x_i - a) \cdot f_i}{N}$	$\frac{(x_i - a)^2 \cdot f_i}{N}$
1.	27.99	0.05	-0.03	0.0009	-0.0015	0.000045
2.	28.00	0.15	-0.02	0.0004	-0.0030	0.000060
3.	28.01	0.20	-0.01	0.0001	-0.0020	0.000020
4.	28.02	0.28	0.00	0.0000	0.0000	0.000000
5.	28.03	0.16	0.01	0.0001	0.0016	0.000016
6.	28.04	0.11	0.02	0.0004	0.0022	0.000044
7.	28.05	0.05	0.03	0.0009	0.0015	0.000045
$\Sigma$	1			$\Sigma$	-0.0012	0.00023

gde je:  $a = 28.02$  mm ≡ vrednost karakteristike kvaliteta sa najvećom frekvencijom.

Vrednost aritmetičke sredine uzorka dobijamo prema sledećem obrascu:

$$\bar{x} = a + \frac{1}{N} [\Sigma (x_i - a) \cdot f_i] = a + \Sigma (x_i - a) \cdot \frac{f_i}{N} = 28.02 + (-0.0012) = 28.0188 \text{ mm},$$

a standardnu grešku prema:

$$\begin{aligned} \sigma &= \sqrt{\frac{1}{N} \cdot [\Sigma (x_i - a)^2 f_i] - (\bar{x} - a)^2} = \sqrt{\Sigma (x_i - a)^2 \cdot \frac{f_i}{N} - (\bar{x} - a)^2} \Rightarrow \\ \sigma &= \sqrt{0.000230 - (28.0188 - 28.02)^2} = 0.0151 \text{ mm}. \end{aligned}$$

Provera hipoteze o normalnosti osnovnog skupa pomoću  $\chi^2$ -testa, vrši se prema tab. 3:

Tabela 3: Pomoćna tabela za primenu  $\chi^2$ -testa.

RB	$x_i$ [mm]	$ x_i - \bar{x} $	$t = \frac{ x_i - \bar{x} }{\sigma}$	$\varphi(t) = \frac{e^{-t^2/2}}{\sqrt{2\pi}}$	$\frac{f_t}{N} = \frac{d}{\sigma} \cdot \varphi(t)$	$\frac{f_e}{N}$	$\frac{ f_e - f_t }{N}$	$\frac{ f_e - f_t ^2}{N \cdot f_t}$
1.	27.99	0.0288	1.9073	0.0647	0.0429	0.05	0.0071	0.001191
2.	28.00	0.0188	1.2450	0.1838	0.1217	0.15	0.0283	0.006575
3.	28.01	0.0088	0.5828	0.3366	0.2229	0.20	0.0229	0.002360
4.	28.02	0.0012	0.0795	0.3977	0.2634	0.28	0.0166	0.001050
5.	28.03	0.0112	0.7417	0.3030	0.2007	0.16	0.0407	0.008240
6.	28.04	0.0212	1.4040	0.1489	0.0986	0.11	0.0114	0.001316
7.	28.05	0.0312	2.0662	0.0472	0.0313	0.05	0.0187	0.011248
				$\Sigma$	0.9815	1	$\chi^2/N =$	0.031980

Širina intervala iznosi  $d = 0.01$  mm. Kod normalnog teorijskog rasporeda, broj stepeni slobode je definisan opštim izrazom:

$$k = m - m_1 - 3 = 7 - 0 - 3 = 4,$$

gde je  $m$  ≡ broj početnih grupnih intervala,  $m_1$  ≡ broj sažetih grupnih intervala (u tekstu zadatka nije rečeno da li je bilo sažimanja, pa moramo pretpostaviti da nije; kada dobijemo veličinu uzorka moći ćemo da utvrdimo da li je ova pretpostavka bila tačna).

Brojka 3 u proračunu označava da imamo tri dodatna uslova:  $\Sigma f_e$  (ova veličina još uvek nije poznata nama, treba da je izračunamo, ali je poznata izvođačima eksperimenta),  $\bar{x} = 28.0188$  i  $\sigma = 0.0151$ .

Prema UKP M2, tab.8, str.243, za  $k = 4$  i uslov da je hipoteza o normalnosti osnovnog skupa bila na granici prihvatanja:

$$P(\chi^2 > \chi_q^2) = 0.05,$$

dobijamo vrednost  $\chi^2 = 9.488$ .

Prema tabeli 3 dobili smo da je:

$$\frac{\chi^2}{N} = 0.031980,$$

na osnovu čega izračunavamo traženi broj uzoraka:

$$N = \frac{\chi^2}{\frac{\chi^2}{N}} = \frac{9.488}{0.031980} = 296.685,$$

koji, da bismo bili na „strani sigurnosti”, zaokružujemo na prvu veću celobrojnu vrednost i konačno dobijamo:

$$N = 297.$$

Ukoliko ovaj broj pomnožimo sa relativnim učestanostima, dobićemo absolutne učestanosti karakteristika u svakom od intervala (tabela 4).

*Tabela 4: Apsolutne učestanosti elemenata uzorka u pojedinim intervalima.*

RB	$x_i$ [mm]	$\frac{f_e}{N}$	$f_e$
1.	27.99	0.05	15
2.	28.00	0.15	45
3.	28.01	0.20	59
4.	28.02	0.28	83
5.	28.03	0.16	47
6.	28.04	0.11	33
7.	28.05	0.05	15

Na osnovu tabele 4 utvrđujemo da ni u jednom od intervala broj uzoraka nije bio manji od 5, što znači da je naša prepostavka da nije bilo sažimanja intervala bila tačna.