



# **Upravljanje kvalitetom proizvoda I – četvrta nastavna jedinica – statistički metodi upravljanja kvalitetom / Kontrolne karte**

**Prof. dr Vidosav D. Majstorović,  
dipl.maš.inž.**

**Mašinski fakultet u Beogradu**

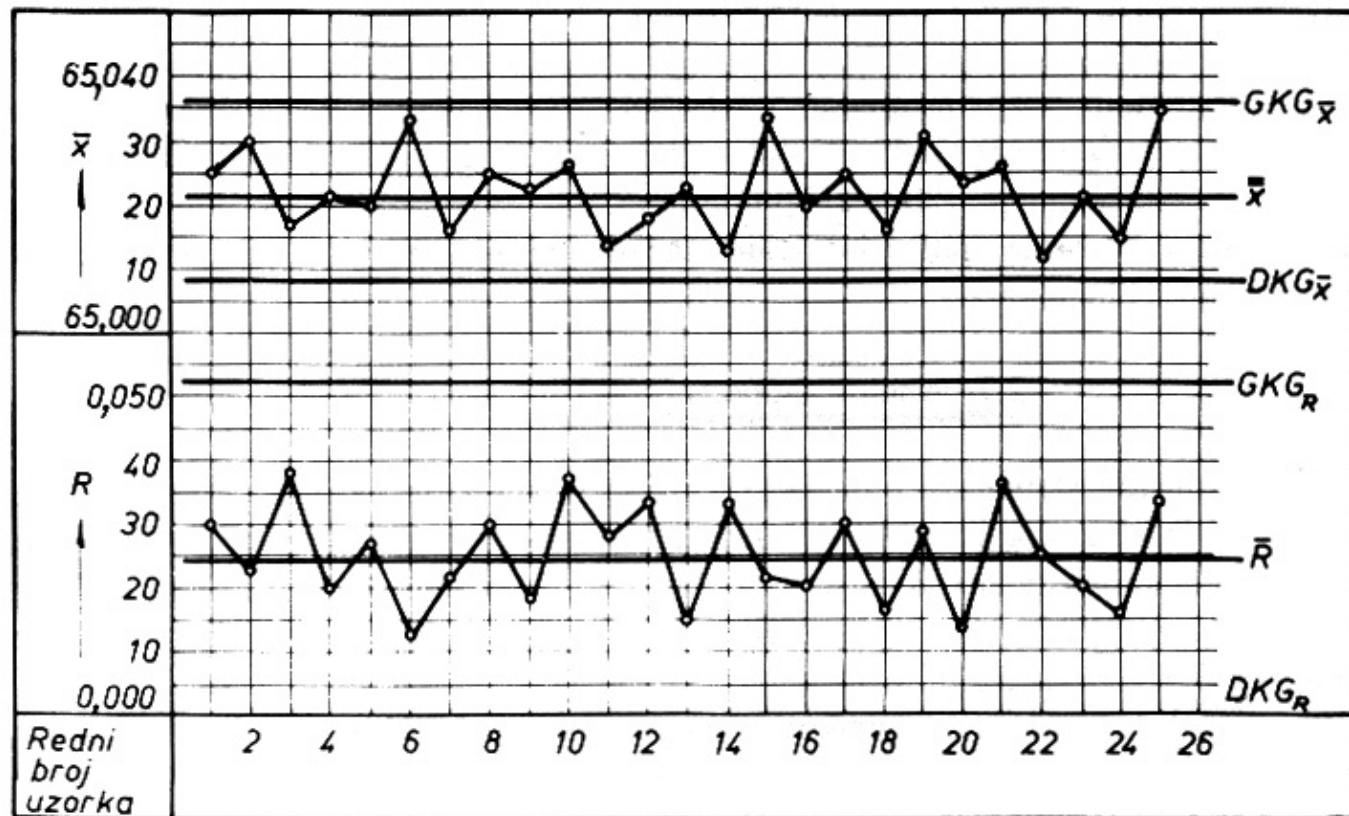


# METOD KONTROLNIH KARATA

## 💡 Definicija, oblik i zadatak kontrolne karte

- Savremeni metod regulisanja i upravljanja kvalitetom konformnosti proizvoda i procesa u proizvodnim linijama industrije prerade metala
- Kontrolne karte su specijalne dijagramske forme u obliku mreže, gde se na apcisi nanosi vreme odvijanja obradnog procesa ili redni broj uzorka, a na ordinati, karakteristika kvaliteta ili statističke karakteristike uzoraka
- U mrežu kontrolne karte se unose tačke rezultata merenja ili nivoa kvaliteta u vremenskoj dimenziji procesa
- Kada se u ovako formirane dijagrame unesu i *kontrolne granice* ili *granice regulisanja*, dobija se kompletna kontrolna karta
- Primer xR kontrolne karte, slika 7.22

## Slika 7.22 $\bar{x}R$ kontrolna karta



SL. 7.22.  $\bar{x}R$  – kontrolna karta iz primera

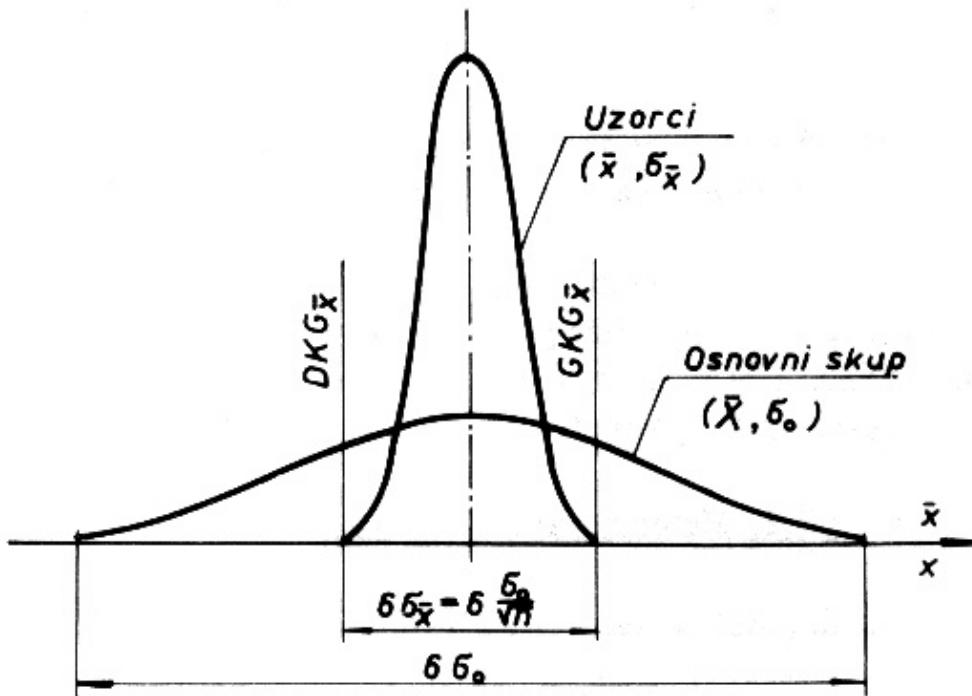


# Definicija granice regulisanja

- 💡 Granica regulisanja predstavlja najvažniji element svake kontrolne karte
- 💡 Posmatraju se parametri osnovnog skupa i uzorka, slika 7.14
- 💡 Definišu se granice intervala poverenja – kontrolne granice

$$GKG_{\bar{x}} = \bar{X} + 3\sigma_{\bar{x}} = \bar{X} + \frac{3\sigma_o}{\sqrt{n}} = \bar{x} + A_2 \bar{R}$$

## Slika 7.14 Veličina intervala poverenja ...



Sl. 7.14. Veličina intervala poverenja ( $6\sigma_{\bar{x}} = 6\frac{\sigma_0}{\sqrt{n}}$ ) u kojem se nalazi aritmetička sredina  $\bar{X}$  osnovnog skupa



# Definicija granice regulisanja

$$DKG_{\bar{x}} = \bar{X} - 3\sigma_{\bar{x}} = \bar{X} - \frac{3\sigma_o}{\sqrt{n}} = \bar{x} - A_2 \bar{R}$$

$$\sigma_o = \frac{1}{d_2} \bar{R}$$

$$3\sigma_{\bar{x}} = \frac{3\sigma_o}{\sqrt{n}} = \frac{3}{\sqrt{n}} \frac{\bar{R}}{d_2} = A_2 \bar{R}$$

$$\bar{X} = E(\bar{x}) = \bar{x}$$

$$\bar{R} = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k R_i$$



# Definicija granice regulisanja

💡 Ove granice se u teoriji kontrolnih karata nazivaju:

- Kontrolne granice, ili
- Granice regulisanja

💡 One dele kontrolnu kartu na dve zone:

- Zonu neizbežne disperzije (proces je stabilan i statistički ovlađan i pod dejstvom sistema dozvoljenih faktora)
- Zonu nedozvoljenih disperzija, posmatrane karakteristike kvaliteta ( pod dejstvom nedozvoljenih faktora, proces je nestabilan)



# Definicija granice regulisanja

- 💡 Pokatkad se u kontrolnu kartu unose i *granice upozorenja*, koje glase:

$$GGU = \bar{x} + \frac{2\sigma_o}{\sqrt{n}}$$

$$DGU = \bar{x} - \frac{2\sigma_o}{\sqrt{n}}$$



# Primena metoda kontrolnih karata

- ❖ Upravljanje kvalitetom obradnih i tehnoloških procesa na bazi prostorne slike stanja, promena i tendencija kvaliteta
- ❖ Kontrola kvaliteta proizvoda u pojedinim fazama pripreme, proizvodnje i završetka proizvodnje
- ❖ Stabilizacija procesa kroz otkrivanje i isključivanje sistema nedopuštenih faktora
- ❖ Identifikacija stanja (nivoa) kvaliteta konformnosti proizvoda
- ❖ Analiza tačnosti i stabilnosti obradnih i tehnoloških procesa
- ❖ Inoviranje i usavršavanje obradnih i tehnoloških procesa
- ❖ Analiza sistema grešaka obrade
- ❖ Primena u svim fazama nekog procesa za upravljanje kvalitetom proizvoda



# Podela kontrolnih karata

💡 Koriste se više kriterijuma za podelu kontrolnih karata, a ovde se navode četiri najvažnija:

- Vrsta karakteristike kvaliteta
- Karakter objekta kontrole
- Statistički tretman ili vreme odvijanja proizvodnog procesa
- Složenost kontrolne karte



## Podela kontrolnih karata – vrsta karakteristike kvaliteta

- ✿ Karakteristika kvaliteta se utvrđuje merenjem – *numerička karakteristika*
- ✿ Ocenjivanje karakteristike kvaliteta se vrši *atributivno*, dihotomnom podelom: dobro-loše, valja-ne valja, ide-ne ide, tačno-ne tačno, bez defekata-sa defektima, kvalitetno-nekvalitetno, ... i ovo su *atributivne* karakteristike kvaliteta.  
Informacija kvaliteta o njima su jako oskudne



## Podela kontrolnih karata – vrsta karakteristike kvaliteta

💡 U kontrolne karte za *numeričke* karakteristike kvaliteta spadaju:

- $\bar{x}$  karte
- $\bar{x}$  karte
- R karte
- $\sigma$  karte

💡 Sve karakteristike se odnose na uzorak



# Podela kontrolnih karata – vrsta karakteristike kvaliteta

✿ U kontrolne karte za *atributivne karakteristike kvaliteta* spadaju:

- m – karte
- p – karte
- c – karte
- u – karte, gde su:
  - *m*-broj defektnih primeraka u uzorku, *p*-procenat defektnih primeraka u uzorku, *c*-ukupan broj defekata u uzorku, i *u*-količnik između ukupnog broja defekata u uzorku i ukupnog broja primeraka u uzorku

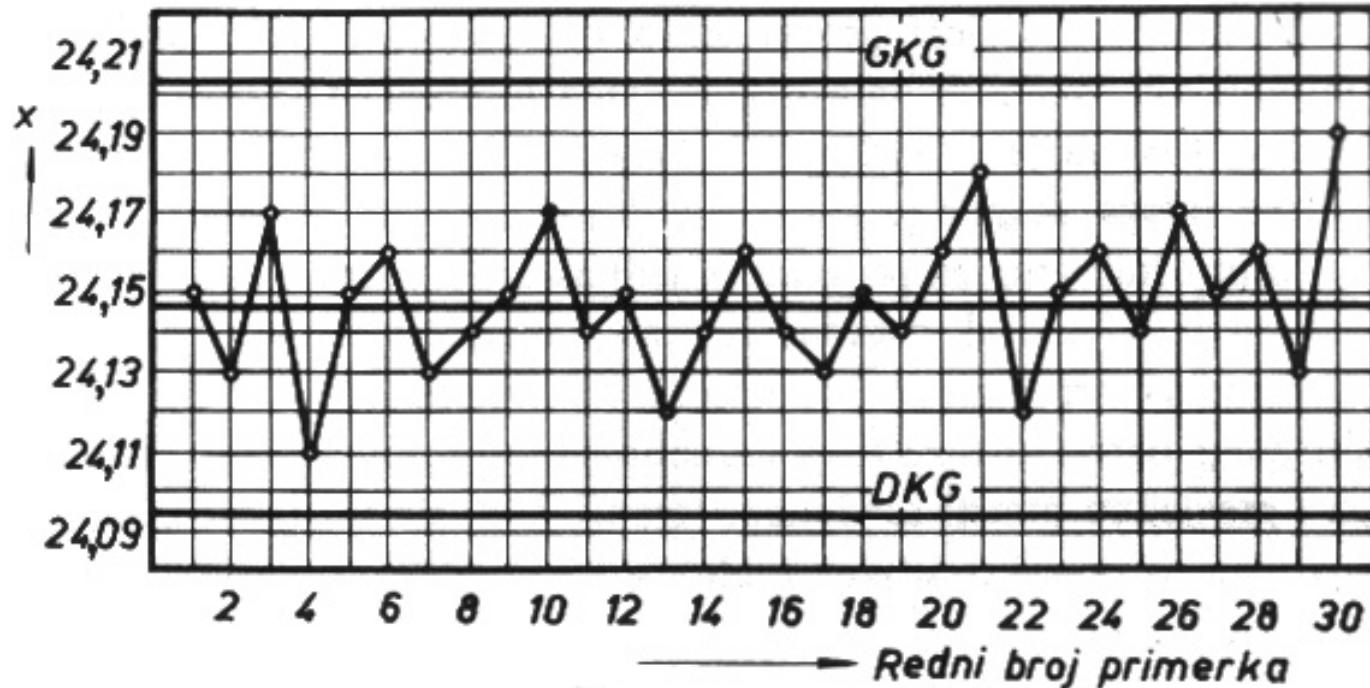
## Podela kontrolnih karata – karakter objekta kontrole

- 💡 Ovaj kriterijum razmatra prilaz da li se u kontrolnu kartu unose podaci o:
  - Karakteristikama kvaliteta svakog primerka
  - Statističkim karakteristikama kvaliteta uzoraka
- 💡 Prema ovom kriterijumu kontrolne karte se dele na:
  - KK za karakteristike kvaliteta primeraka ( $x$ -karte)
  - KK za statističke mere uzorka ( $\bar{x}$ -karte)

# Podela kontrolnih karata – karakter objekta kontrole

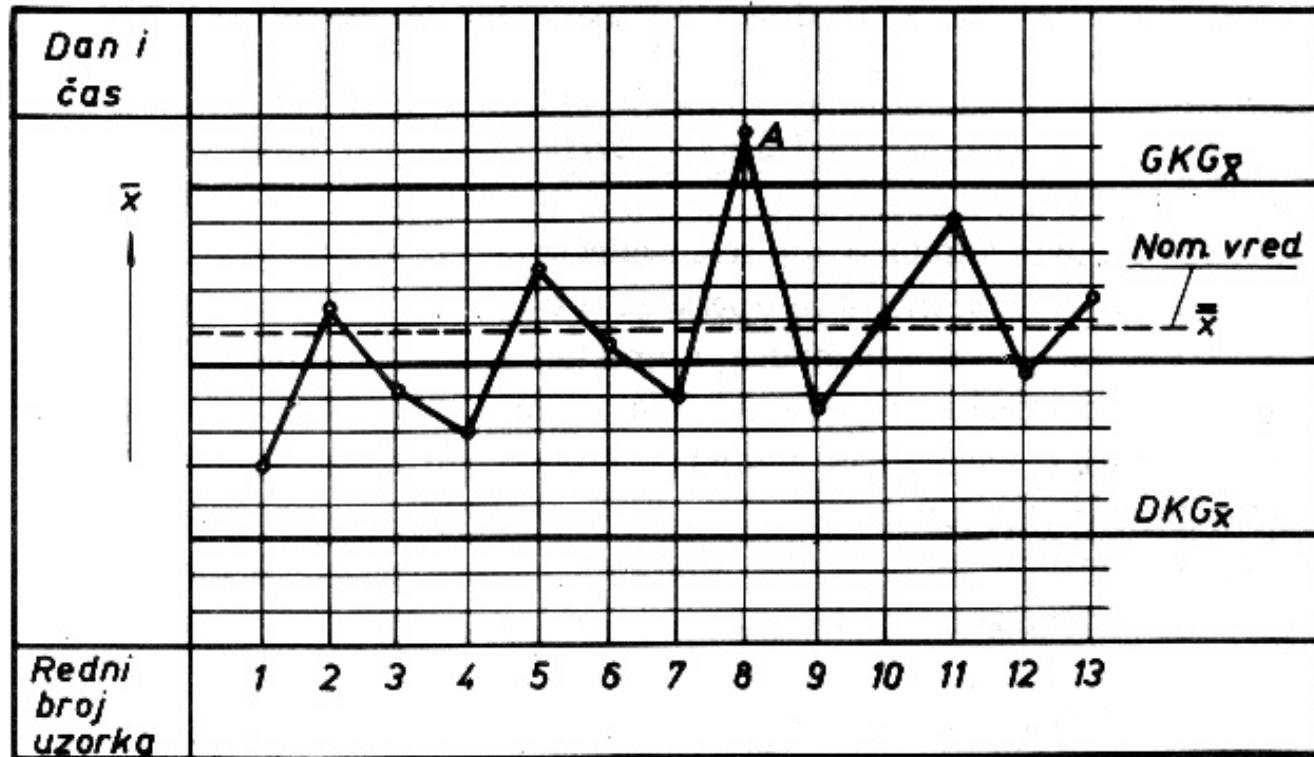
- 💡 **x-karte su jednostavne za konstruisanje i primenu, ali daju dosta grubu predstavu o tačnosti datog procesa, slika 7.16**
- 💡  **$\bar{x}$ -karte su redovni model statističke kontrole kvaliteta, gde se aritmetička sredina uzorka raspoređuje u uskom području oko aritmetičke sredine osnovnog skupa, slika 7.15. Ova karta je osetljiva na promene u toku procesa i na njoj se lako otkriva mesto i trenutak ovih promena**

## Slika 7.16 x - karta



Sl. 7.16. Izgled x – karte sa krivom rasporeda frekvencija

# Slika 7.15 $\bar{x}$ - karta



SL 7.15. Izgled kontrolne karte za aritmetičku sredinu ( $\bar{x}$  – karte)

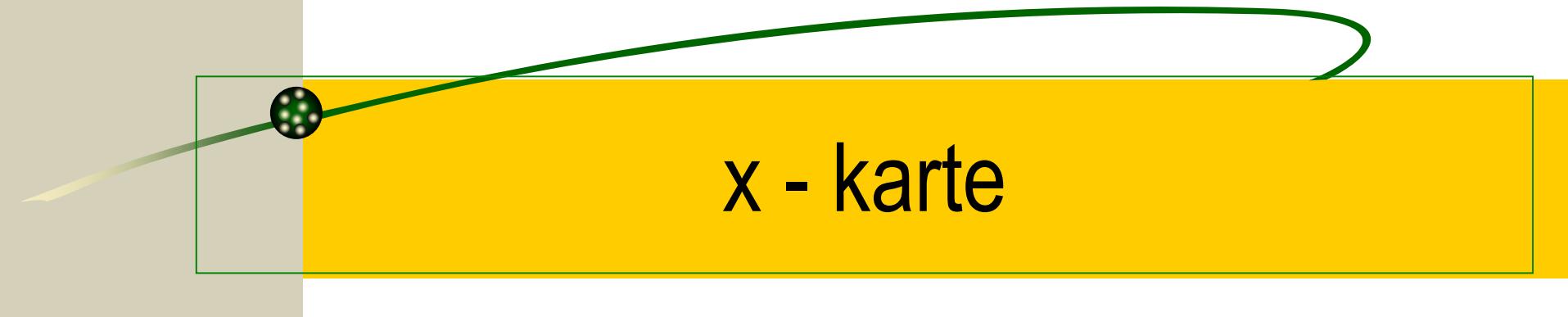
# Podela kontrolnih karata – statistički tretman ili vreme odvijanja tehnološkog procesa

- ❖ Tehnološki proces na osnovu ovog kriterijuma može se tretirati na dva načina:
  - sukcesivno uzimanje uzoraka, snimanje njegovih karakteristika i izračunavanje statističkih parametara kontrolne karte, za *kontrolu stabilnosti i tačnosti protekle proizvodnje*
  - iz analize podataka ranijeg procesa izračunaju se kontrolne granice, pa se zatim vrši snimanje procesa preko uzastopnih uzoraka, čime se dobijaju kontrolne karte za *kontrolu stabilnosti i tačnosti tekuće proizvodnje*



## Podela kontrolnih karata – složenost kontrolne karte

- 💡 Prema ovom kriterijumu dele se na:
  - Proste kontrolne karte
  - Dvojne kontrolne karte (**par prostih karata**)



## x - karte

- ✿ Iz tehnološkog procesa se uzima u određenim vremenskim razmacima po *jedan primerak* koji se po redu uzimanja numeriše
- ✿ Izmerena karakteristika kvaliteta  $x_i$  se unosi u x-kartu , slika 7.16
- ✿ U kontrolnu kartu se unoše granične linije u okviru kojih se sa verovatnoćom od 99.73% nalaze vrednosti karakteristika kvaliteta:



## x - karte

$$IP = \bar{X} \pm 3\sigma_o$$

- 💡 Ovo znači da će se izvan granica .... naći manje od 3 od 1000 primeraka, što u praksi predstavlja metod za upravljanje kvalitetom – šest sigma -  $6\sigma$
- 💡 Kada su vrednosti parametra .... osnovnog skupa najčešće nepoznate, to se njihove vrednosti prema ranijem, procenjuju parametrima ... dovoljno velikog uzorka, sa

$$s = \sigma \sqrt{\frac{n}{n-1}}$$

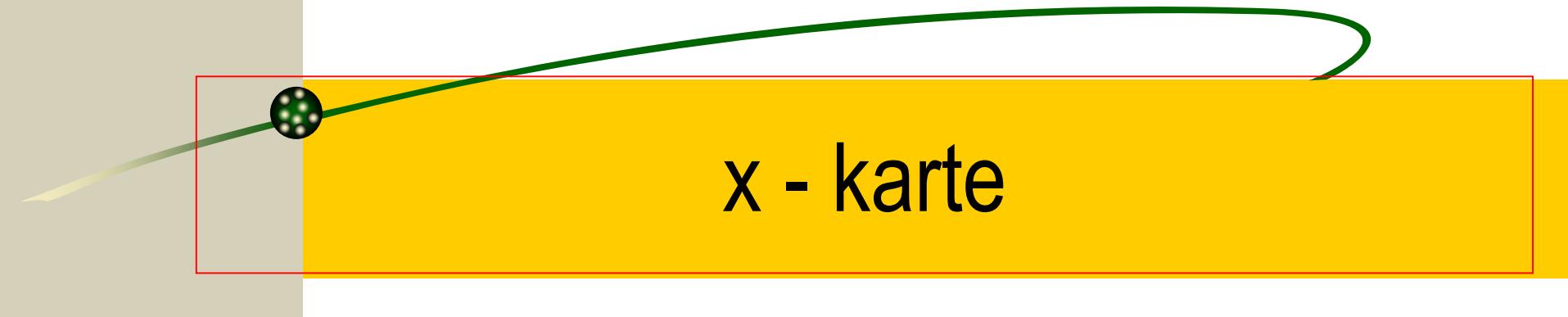
## x - karte

- 💡 Uslov tačnosti kod ove karte mora biti zadovoljen kroz jednačinu

$$T \geq 6\sigma_o$$

U slučaju  $T = 6\sigma_o$ , oscilovaće unete tačke u x-karti oko centralne linije, pri čemu će biti svega 0.27% tačaka izvan toleransijskih kontrolnih granica

- 💡 U slučaju kada je  $T \leq 6\sigma_o$ , obrada radnih predmeta je netačna, pa se preuzimaju intervencije u dva pravca:



## x - karte

- 💡 1. Koriguje se ili menja postojeći proces kako bi se karakteristike kvaliteta dovele u granice tolerancija
- 💡 2. Ispitati mogućnost povećanja tolerancije sa projektantom proizvoda, ako nije moguće primeniti korak 1



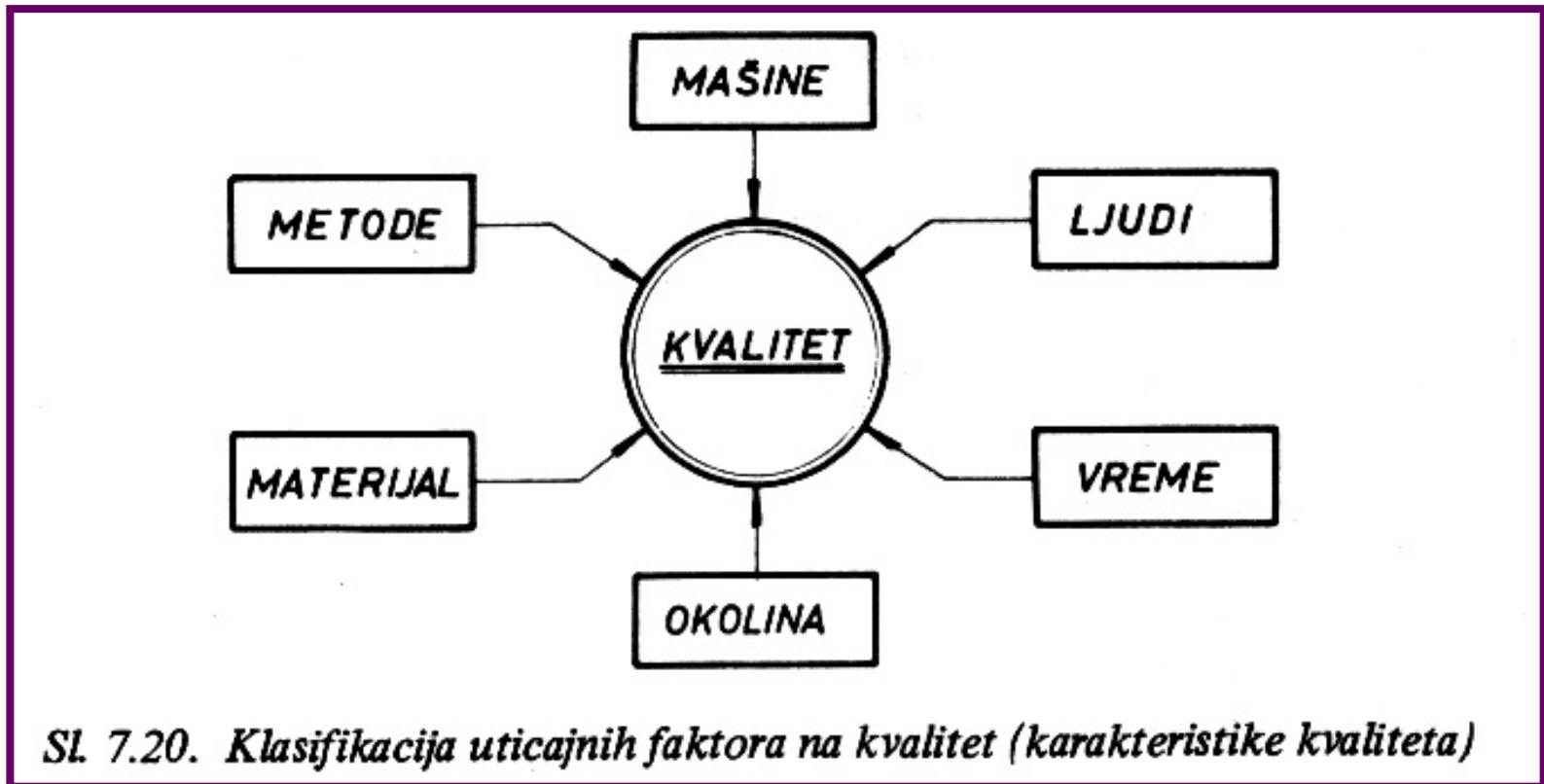
# Kontrolne karte za analizu stabilnosti proteklog procesa



## Definicija stabilnosti procesa

- Stabilnost i tačnost procesa izrade proizvoda ( sposobnost procesa) predstavlja ključne pojmove u metodu kontrolnih karata
- Opšti sistem faktora, koji uslovljavaju varijabilnost neke karakteristike kvaliteta, mogu se prikazati šemom na slici 7.20

## Slika 7.20 Klasifikacija uticajnih faktora na kvalitet



SL. 7.20. Klasifikacija uticajnih faktora na kvalitet (karakteristike kvaliteta)



## Kontrolne karte za analizu stabilnosti proteklog procesa

- 💡 Neki proces može biti:
  - Stabilan i tačan
  - Stabilan i netačan
  - Nestabilan i tačan
  - Nestabilan i netačan



# Kontrolni karton

- 💡 **Karton za kontrolu (merenje i analizu) kvaliteta konformnosti proizvoda ima dvojak zadatak:**
  - kontrola određene karakteristike kvaliteta na radnom mestu putem uzoraka
  - kontrolni karton se koristi kao osnovni statistički dokument, za konstruisanje kontrolnih karata



# Kontrolni karton

- ❖ Kontrolni karton ima oblik formulara, slika 7.21
- ❖ Za prvi zadatak – kontrolni karton služi za praćenje kvaliteta pri maloserijskoj i srednjoserijskoj proizvodnji (radnik, regler i poslovodja se upozoravaju da preuzmu aktivnosti za vraćanje procesa u normalni tok)
- ❖ Za drugi zadatak – kontrolni karton služi za prikupljanje podataka za dalje analize i konstruisanje kontrolnih karata

# Slika 7.21 Primer kontrolnog kartona

Radna organizacija	Deo: Donja ploča	Nalog:				
	Br. crt: 43 052					
	Mašina: B - 214					
Radnik:	Operacija: Bušenje					
Kontrolor:	Karakt. kval.: ø 8H8 (+0,020 ) 0,000	Komada: 1500				
Red. br. uzorka	1	2	3	4	5	Napomena
Datum i čas uzimanja						
Odstupanja karakteristike od nominalnih vrednosti [ $\mu\text{m}$ ]	14	12	13	6	14	
	(23)	4	16	12	6	
	10	14	10	9	(-2)	
	15	5	(21)	13	12	
	3	8	15	10	8	
Zbir	65	43	75	50	40	
Pros.vrednost ( $\bar{x}$ )	13	8,6	15	10	5	
Najveća vred. ( $x_{max}$ )	23	14	21	13	14	
Najmanja vred. ( $x_{min}$ )	3	4	10	6	-2	
Raspont (R)	20	10	11	7	16	

SL 7.21. Primer oblika i strukture kontrolnog kartona



# Procedura formiranja kontrolnih karata

- 💡 Tok kontrole stabilnosti protekle proizvodnje definiše se procedurom koja ima sledeće etape:
  - postavljanje plana karakteristika kvaliteta koje treba da se kontrolišu
  - definisanje načina biranja, veličine, vremena, mesta i učestalosti uzimanja uzorka
  - formiranje kontrolnog kartona
  - izbor tipa kontrolne karte



# Procedura formiranja kontrolnih karata - nastavak

- snimanje numeričkih, odnosno atributivnih karakteristika kvaliteta pojedinih primeraka u uzorcima i izračunavanje statističkih mera uzorka (rezultati se upisuju u kontrolni karton)
- postepeno unošenje izračunatih podataka u izabrani tip kontrolne karte
- izračunavanje položaja centralnih linija i kontrolnih granica i njihovo ucrtavanje na kartu
- analiza i ocena stabilnosti protekle proizvodnje na osnovu kontrolne karte

# Procedura formiranja kontrolnih karata - nastavak



Pored ovoga, kada je reč o metodologiji uzimanja uzorka, treba voditi računa i o:

- Primerci jednog uzorka ne izvlače se na slučajan već na sistematski način ( primerci obrađeni pod istim uslovima)
- Uzorci sadrže isti broj primeraka (ne manje od 4 i ne više od 25)
- Za  $R$  kontrolne karte broj elemenata u uzorku je do 10
- Za  $\bar{x}$   $\sigma$  kontrolne karte broj elemenata je veći od 10
- $\bar{x}$  Vreme uzimanja uzorka se definiše vremenskom šemom, za koju ne treba da zna radnik za mašinom
- Za ocenu stabilnosti procesa treba izvući najmanje 25 uzorka

# Izračunavanje centralnih linija i kontrolnih granica

- ✿ Centralne linije (CL) i kontrolne granice (GKG, DKG) izračunavaju se i ucrtavaju tek po definitivnoj obradi snimljenih podataka
- ✿ U slučaju da se menja veličina uzorka, menja se stalno i položaj kontrolnih granica
- ✿ Kada se ne menja broj primeraka u uzorku, kontrolne granice zadržavaju nepromenjen položaj, pa se preporučuje da uzorci budu sa istim brojem primeraka
- ✿ Neka je izvučeno po planu kontrole  $k$  (više od 25 uzoraka), onda je položaj centralnih linija i kontrolnih granica za protekli proces, definisan j-nama:

# Izračunavanje centralnih linija i kontrolnih granica

$$\bar{x}R \quad \begin{cases} CL_{\bar{x}} = \bar{\bar{x}} = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k \bar{x}_i \\ CL_R = \bar{R} = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k R_i \end{cases} \quad DKG_{\bar{x}} = \bar{\bar{x}} - A_2 \bar{R}, \quad GKG_{\bar{x}} = \bar{\bar{x}} + A_2 \bar{R} \\ DKG_R = D_3 \bar{R}, \quad GKG_R = D_4 \bar{R}$$

$$\bar{x}\sigma \quad \begin{cases} CL_{\bar{x}} = \bar{x} = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k \bar{x}_i \\ CL_{\sigma} = \bar{\sigma} = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k \sigma_i \end{cases} \quad DKG_{\bar{x}} = \bar{x} - A_1 \bar{\sigma}, \quad GKG_{\bar{x}} = \bar{x} + A_1 \bar{\sigma} \\ DKG_{\sigma} = B_3 \bar{\sigma}, \quad GKG_{\sigma} = B_4 \bar{\sigma}$$

$$m \quad \begin{cases} CL_m = \bar{m} = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k m_i \end{cases} \quad DKG_m = \bar{m} - 3 \sqrt{\bar{m} \left( 1 - \frac{\bar{m}}{n} \right)}, \quad GKG_m = \bar{m} + 3 \sqrt{\bar{m} \left( 1 - \frac{\bar{m}}{n} \right)}$$

$$c \quad \begin{cases} CL_c = \bar{c} = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k c_i \end{cases} \quad DKG_c = \bar{c} - 3\sqrt{c}, \quad GKG_c = c + 3\sqrt{c}$$

# Izračunavanje centralnih linija i kontrolnih granica

- 💡 Jednačine 7.42 – 7.47 odnose se za kontrolne karte za protekli proces, za koji nisu poznati statistički parametri osnovnog skupa, već se njihove vrednosti procenjuju na osnovu uzorka
- 💡 Kada su ove karakteristike (osnovnog skupa) poznate, tada se CL, DKG i GKG izračunavaju primenom J-ja 7.48 do 7.51 :

# Izračunavanje centralnih linija i kontrolnih granica

$$\bar{x}R \quad \begin{cases} CL_{\bar{x}} = \bar{X}_o, & DKG_{\bar{x}} = \bar{X}_o - A\sigma_o, & GKG_{\bar{x}} = \bar{X}_o + A\sigma_o \\ CL_R = \bar{R} = d_2\sigma_o, & DKG_R = D_1\sigma_o, & GKG_R = D_2\sigma_o \end{cases}$$

$$\bar{x}\sigma \quad \begin{cases} CL_{\bar{x}} = \bar{X}_o, & DKG_{\bar{x}} = \bar{X}_o - A\sigma_o, & GKG_{\bar{x}} = \bar{X}_o + A\sigma_o \\ CL_{\sigma} = \bar{\sigma} = c_2\sigma_o, & DKG_{\sigma} = B_1\sigma_o, & GKG_{\sigma} = B_2\sigma_o \end{cases}$$

# Izračunavanje centralnih linija i kontrolnih granica

- 💡 Kontrolne karte ovog tipa pripadaju sistemu kontrolnih karata za tekuće procese, jer se centralne linije i kontrolne granice ucrtavaju u kontrolne karte pre nego što se pristupi kontroli stabilnosti i tačnosti (sposobnosti) nekog procesa na osnovu uzoraka

# Izračunavanje centralnih linija i kontrolnih granica

- 💡 Moguć je i treći slučaj – karakteristika kvaliteta se pokorava zakonu normalnog rasporeda a poklapaju se i tolerancije  $T = T_p = 6 \sigma_0$

$$\bar{x}R \begin{cases} CL_x = \bar{X}_o = x_{sr} = \frac{x_g + x_d}{2} & DKG_x = \bar{X}_0 - A^T, \quad GKG_x = \bar{X}_o + A^T \\ CL_R = \bar{R} = d_2 T & DKG_R = D_1 T, \quad GKG_R = D_2 T \end{cases}$$

$$\bar{x}\sigma \begin{cases} CL_x = \bar{X}_o = x_{sr} = \frac{x_d + x_g}{2} & DKG_x = \bar{X}_o - A^T, \quad GKG_x = \bar{X}_o + A^T \\ CL_\sigma = \bar{\sigma} = c_2 T & DKG_\sigma = B_1 T, \quad GKG_\sigma = B_2 T \end{cases}$$

# Izračunavanje centralnih linija i kontrolnih granica

- 💡 U ovom slučaju, kontrolne granice se izrčunavaju i ucrtavaju na osnovu date tolerancije
- 💡 Ovaj tip kontrolnih karata pripada sistemu kontrolnih karata za tekući proces

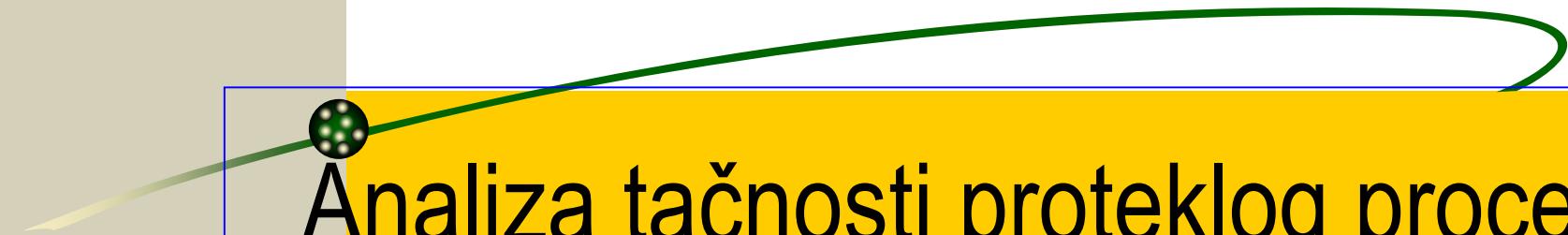


# Ocena stabilnosti proteklog procesa

- ✿ Kada se izračunaju položaji CL, DGK i GKG, tada se na osnovu odnosa granica i unetih tačaka, može oceniti stabilnost *protekle proizvodnje*
- ✿ Ova ocena proizilazi iz broja tačaka koje se nalaze van kontrolnih granica
- ✿ Protekli proces je **stabilan**, ako je:
  - Od poslednjih 25 tačaka, svaka je u kontrolnim granicama
  - Od poslednjih 35 tačaka, samo 1 je van kontrolnih granica
  - Od poslednjih 100 (više od 50), 2 se nalaze van kontrolnih granica

# Izračunavanje centralnih linija i kontrolnih granica

- ❖ Ovi uslovi stabilnosti važe za bilo koji tip pojedinačne kontrolne karte
- ❖ Kada je reč o dvojnim kartama, kao što je na primer  $\bar{x}$  R karta, tada je protekli proces nestabilan ukoliko jedan od navedenih uslova nije zadovoljen na bilo kojoj od dotičnih pojedinih karata
- ❖ Kod nestabilnih procesa tačke izvan kontrolnih granica ukazuju na delovanje nedozvoljenih faktora u toku obrade



# Analiza tačnosti proteklog procesa

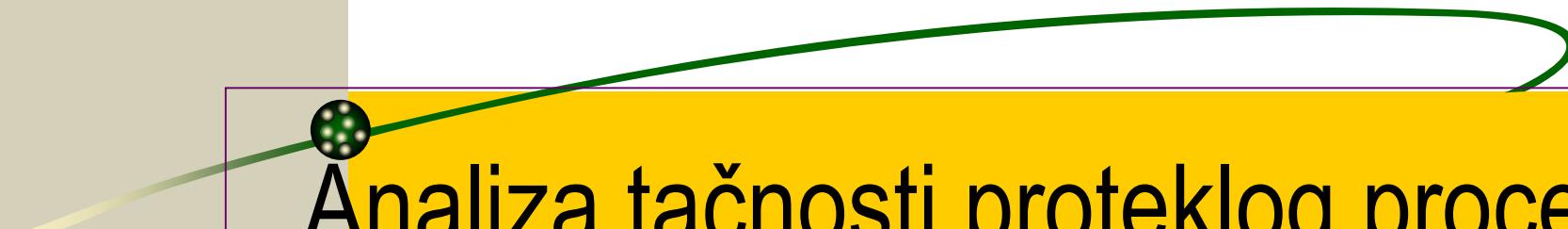
- 💡 Nakon kontrole stabilnosti procesa, pristupa se kontroli njegove tačnosti
- 💡 Suština kontrole tačnosti sastoji se u upoređivanju (po veličini i položaju) propisanog tolerancijskog polja i područja prirodne disperzije (rasipanja) vrednosti date karakteristike kvaliteta
- 💡 Kod kontrole tačnosti procesa treba razlikovati proces bez i sa trendom



# Analiza tačnosti proteklog procesa

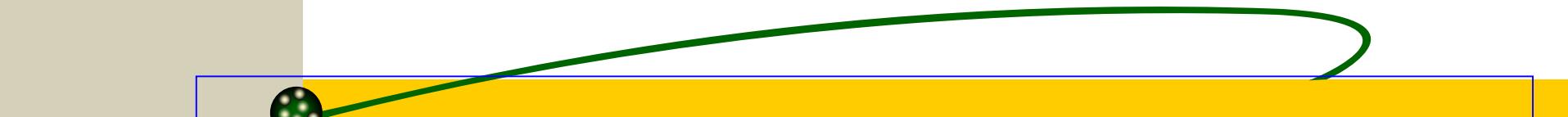
- ✖ Kod procesa bez trenda, linija centralne tendencije, odnosno statsitičke mere, paralelna je sa apcismom kontrolne karte (osa x)
- ✖ Kada je proces stabilan, njegova prirodna tolerancija je

$$Tp = 6 \sigma_0$$



# Analiza tačnosti proteklog procesa

- ✿ Teorija uzoraka kaže: ako osnovni skup ima normalni raspored, tada će se i rasponi ( $R_i$ ) uzoraka, uzeti iz osnovnog skupa, takođe normalno raspoređeni oko centralne linije  $R$
- ✿ Isto važi i za statističku meru  $x$
- ✿ Tada se parametri rasporeda OS i uzorka određuju:



# Analiza tačnosti proteklog procesa

$$\sigma_o = \frac{1}{d_2} \bar{R}$$

$$\sigma_o = \frac{1}{c_2} \bar{\sigma}$$

$$\bar{\sigma} = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k \sigma_i$$

$$\bar{R} = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k R_i$$



# Analiza tačnosti proteklog procesa

- 💡 Tačnost posmatranog metoda obrade izražava se *koeficijentima tačnosti .....*

$$\mu_1 = \frac{T_p}{T} = \frac{6\sigma_o}{T} \leq 1$$

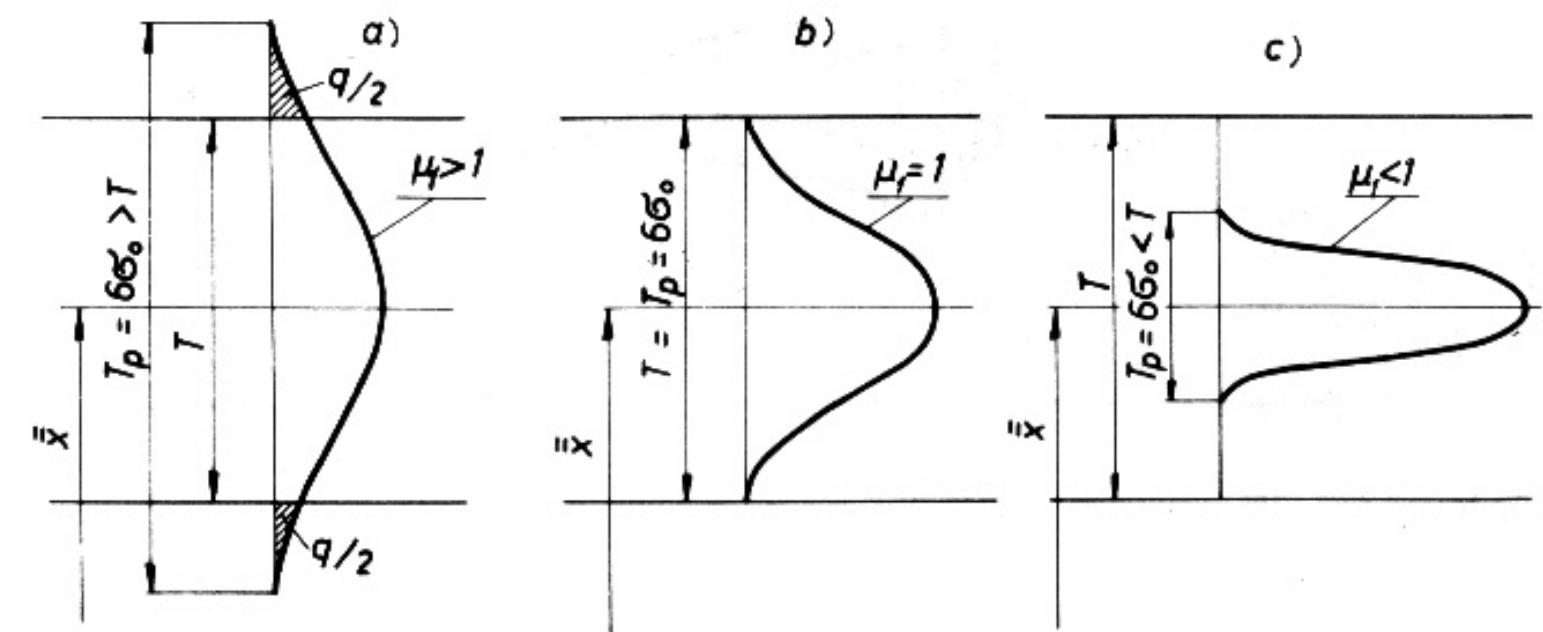
$$\mu_2 = \frac{E}{T} = \frac{\overline{|x - x_s|}}{T}$$



# Analiza tačnosti proteklog procesa

- 💡 U zavisnosti od odnosa  $T_p$  i  $T$ , moguće su tri vrednosti koeficijenta  $\mu_1$  :
  - 💡 .  $\mu_1 > 1$
  - 💡 .  $\mu_1 = 1$
  - 💡 .  $\mu_1 < 1$ , slika 7.23

# Slika 7.23 Karakteristični slučajevi ...



Sl. 7.23. Karakteristični slučajevi pri kontroli tačnosti procesa kada je  $\bar{x} = x_s$

# Analiza tačnosti proteklog procesa

- 💡 Za netačne procese pojavljuje se škart, koji se izračunava:

$$q = \left[ 1 - 2\phi\left(\frac{T}{2\sigma_o}\right) \right] 100\%$$

$$t = \frac{\bar{x} - \underline{x}}{\sigma} = \frac{\bar{x} - \underline{x}}{\sigma_o} = \frac{\bar{x} - \underline{x}}{\sigma_o} = \frac{\bar{x} - \frac{T}{2} - \underline{x}}{\sigma_o} = \frac{T}{2\sigma_o}$$

$$q = [1 - 2\phi(3)] 100\% = 0.27\%$$



# Analiza tačnosti proteklog procesa

- 💡 Međutim, uslov  $\mu_1 < 1$  nije dovoljan da bi u svim prilikama bila obezbeđena tačna obrada
- 💡 Potrebno je da bude ispunjen i dopunski uslov, odnosno ...

$$x_s = \frac{x_g + x_d}{2}$$

$$E = \bar{x} - x_s \quad \mu_2 = \frac{E}{T} = \frac{\left| \bar{x} - x_s \right|}{T} \quad \mu_{2d} = \frac{E_d}{T} = \frac{T - 6\sigma_o}{2T} = \frac{1 - \mu_1}{2}$$



# Analiza tačnosti proteklog procesa

💡 Ako je  $\mu_2 > \mu_{2d}$

$$q = \left[ 0.5 - \phi\left( \frac{0.5T + x_s - \bar{\bar{x}}}{\sigma_o} \right) \right] 100$$

$$q = \left[ 0.5 - \phi\left( \frac{0.5T + \bar{\bar{x}} - x_s}{\sigma_o} \right) \right] 100$$



# Analiza tačnosti proteklog procesa

💡 Zaključak – proces bez trenda, čija je stabilnost prethodno proverena i dokazana, biće tačan samo tada ako ispunjava uslove:

$$\dots \mu_1 < 1$$

$$\dots \mu_2 < \mu_{2d}$$



# Analiza tačnosti proteklog procesa

- 💡 Dopusena vrednost greške regulisanja ili tolerancije jednaka je:

$$\Delta_r = 2E_\alpha = T - 6\sigma_o$$



# Kontrolne karte za analizu stabilnosti i tačnosti tekućih procesa

- 💡 Model statističke kontrole tekuće kontrole se bitno razlikuje od metoda protekle proizvodnje
- 💡 Suštinu metoda kontrole tekućeg procesa čine kontrolne karte koje se unapred utvrđuju, odnosno pre neposredne kontrole procesa
- 💡 Položaj kontrolnih granica zavisi od reprezentativnih i standardnih vrednosti posmatrane karakteristike kvaliteta



## Kontrolne karte za analizu stabilnosti i tačnosti tekućih procesa – utvrđivanje reprezentativnih vrednosti

- 💡 Pre početka kontrole tekućeg procesa potrebno je da se ispita najmanje 25 uzoraka, prema pravilima kako je to ranije objašnjeno
- 💡 Ukoliko se zadovolje napred definisana pravila, a proces je stabilan, reprezentativne vrednosti se određuju iz jednačina:

$$\bar{x}_r = \bar{x} \quad \sigma_r = \frac{1}{d_2} \bar{R} \quad \sigma_r = \frac{1}{c_2} \bar{\sigma} \quad p_r = \bar{p}$$

## Kontrolne karte za analizu stabilnosti i tačnosti tekućih procesa – utvrđivanje reprezentativnih vrednosti

💡 Posle izračunavanja reprezentativnih vrednosti upoređuje se širina granica specifikacije (tolerancije) sa intervalom

$$(\bar{x}_r - 3\sigma_r, \bar{x}_r + 3\sigma_r)$$

💡 U slučaju kada je asimetričan raspored frekvencija karakteristika kvaliteta, onda je

$$(\bar{x}_r - 3\sigma_r, \bar{x}_r + 4\sigma_r) \quad (\bar{x}_r - 4\sigma_r, \bar{x}_r + 3\sigma_r)$$



## Kontrolne karte za analizu stabilnosti i tačnosti tekućih procesa – utvrđivanje reprezentativnih vrednosti

- 💡 Kada su zadovoljeni uslovi 7.72 do 7.74 onda je tačnost tehnološkog procesa zadovoljavajuća, što znači da su reprezentativne vrednosti dobre
- 💡 U obrnutom slučaju, mora se procedura ponoviti
- 💡 Proces u napred posmatranim slučajevima može biti statistički ovlađan ili neovlađan



## Kontrolne karte za analizu stabilnosti i tačnosti tekućih procesa – određivanje standardnih vrednosti

- 💡 Standardne vrednosti se utvrđuju na osnovu reprezentativnih vrednosti
- 💡 Kada su zadovoljeni uslovi iz j-na 7.72 – 7.74, onda su *standardne vrednosti jednake reprezentativnim, tj.*

$$\bar{x} = \bar{x}_r = \bar{x} \quad \sigma' = \sigma_r = \frac{1}{d_2} \bar{R} \quad p' = p_r = \bar{p}$$



## Kontrolne karte za analizu stabilnosti i tačnosti tekućih procesa – utvrđivanje reprezentativnih vrednosti

- 💡 Kada to nije slučaj, onda se procedura ponavlja, kako je to već napred objašnjeno



# Centralne vrednosti i kontrolne granice tekućeg procesa

- 💡 Kada se usvoje standardne vrednosti prema prethodnoj proceduri, onda se centralne vrednosti i kontrolne granice za KK za tekući proces izračunavaju:

$$\begin{array}{llll}\bar{x} & R = d_2 \sigma & c_2 \sigma & m \\ \bar{x} - A \sigma & D_1 \sigma & B_1 \sigma & m - 3\sqrt{m(1-m/n)} \\ \bar{x} + A \sigma & D_2 \sigma & B_2 \sigma & m + 3\sqrt{m(1-m/n)}\end{array}$$



# Centralne vrednosti i kontrolne granice tekućeg procesa

- 💡 Kada se CL i D/G KG izračunaju, onda se one unose u KK za tekući proces
- 💡 Na ovaj način je završena KK za tekući proces
- 💡 Svrha i metodologija primene KK je *projektovanje KK za tekući proces*



# **Hvala Vam na pažnji !**

**Vaš  
Prof. dr Vidosav D. Majstorović  
Mašinski fakultet u Beogradu  
P I T A N J A !**