

**Tehnološki merni sistemi – peta nastavna  
jedinica / Osnovne karakteristike mernih  
sistema**

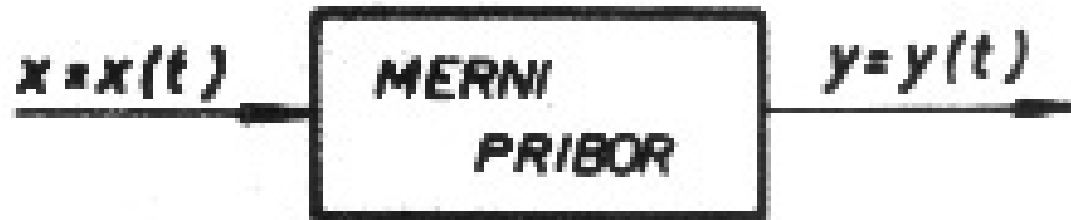
**Prof. dr Vidosav D.  
MAJSTOROVIĆ,  
dipl.maš.inž.**

**Mašinski fakultet, Beograd**

# Osnovne karakteristike MS

- Merni sistem / merni pribor je u suštini kompleksni pretvarač ulaznog  $x=x(t)$  u izlazni signal  $y=y(t)$
- U opštem slučaju su  $x$  i  $y$  funkcije vremena  $t$ .
- Ulazni signal – proizvodna metrologija / karakteristike kvaliteta (tolerancije)
- Izlazni signal – zavisi od načina prikazivanja rezultata merenja (kontrolne)

# Slika 5.1 Prikaz MS grafičkim simbolom



*Sl. 5.1. Prikaz mernog pribora grafičkim simbolom*

# Glavna metrološka obeležja MS

Za definisanje i analizu osnovnih karakteristika MS se koriste:

- Dinamičke osobine
- Statičke osobine
- Tačnost (greška) merenja
- Osetljivost
- Opseg merenja

# **Eksploatacijske ili pogonske karakteristike**

- **Preciznost**
- **Pouzdanost, postojanost i sigurnost funkcionisanja**
- **Inercijalnost**
- **Selektivnost (osetljivost na promene merne veličine)**
- **Podesan gabarit i težina**
- **Jednostavnost konstrukcije i zamenljivost delova**
- **Ređa i lakša podešavanja**

# Dinamička karakteristika

- Polazna osnova – strukturna šema mernog pribora (sistema)
- Ona (SŠ) predstavlja skup međusobno povezanih mernih elemenata
- Pruža (SŠ) potpun pregled funkcionisanja mernog pribora – lanac pretvaranja jednih u druge veličine
- Strukturni elementi se prikazuju grafičkim simbolima a signali se prenose samo u jednom pravcu
- Veza elemenata u strukturalnoj šemi može biti: redna, paralelna, povratna i/ili kombinovana

# Režim merenja

- **Režim merenja: dinamički, statički i kvazistatički**
- **Dinamički režim merenja: ulazni  $x$  i izlazni signal  $y$  se menjaju u vremenu  $t$**
- **Statički režim merenja – vrednosti ovih signala nisu funkcija vremena**
- **Kvazistatički – vrlo mala promena u vremenu – statički slučaj**

# Dinamička / statička karakteristika

- Ove karakteristike (dinamička/statička) predstavljaju zakon pretvaranja ulaznog u izlazni merni signal, pri dinamičkom odnosno statičkom režimu merenja
- Dinamička karakteristika se opisuje diferencijalnom jednačinom
- Zakon promene ulaznog u izlazni merni signal je prenosna funkcija mernog sistema (pribora)



# Osnovne j-ne dinamičke karakteristike i prenosna f-ja

$$f_1(y^{(n)}, y^{(n-1)}, \dots, y; y) = f_2(x^{(m)}, x^{(m-1)}, \dots, x; x)$$

5.1

5.2

$$\begin{aligned} a_n y^{(n)} + a_{n-1} y^{(n-1)} + \dots + a_1 y' + a_0 y &= \\ = b_m x^{(m)} + b_{m-1} x^{(m-1)} + \dots + b_1 x' + b_0 x \end{aligned}$$

5.3

$$\begin{aligned} (a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \dots + a_1 p + a_0) L[y] &= \\ = (b_m p^m + b_{m-1} p^{m-1} + \dots + b_1 p + b_0) L[x] \end{aligned}$$

5.4

$$W(p) = \frac{L[y]}{L[x]} = \frac{b_m p^m + b_{m-1} p^{m-1} + \dots + b_1 p + b_0}{a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \dots + a_1 p + a_0}$$

# J-ne za opis dinamičke karakteristike

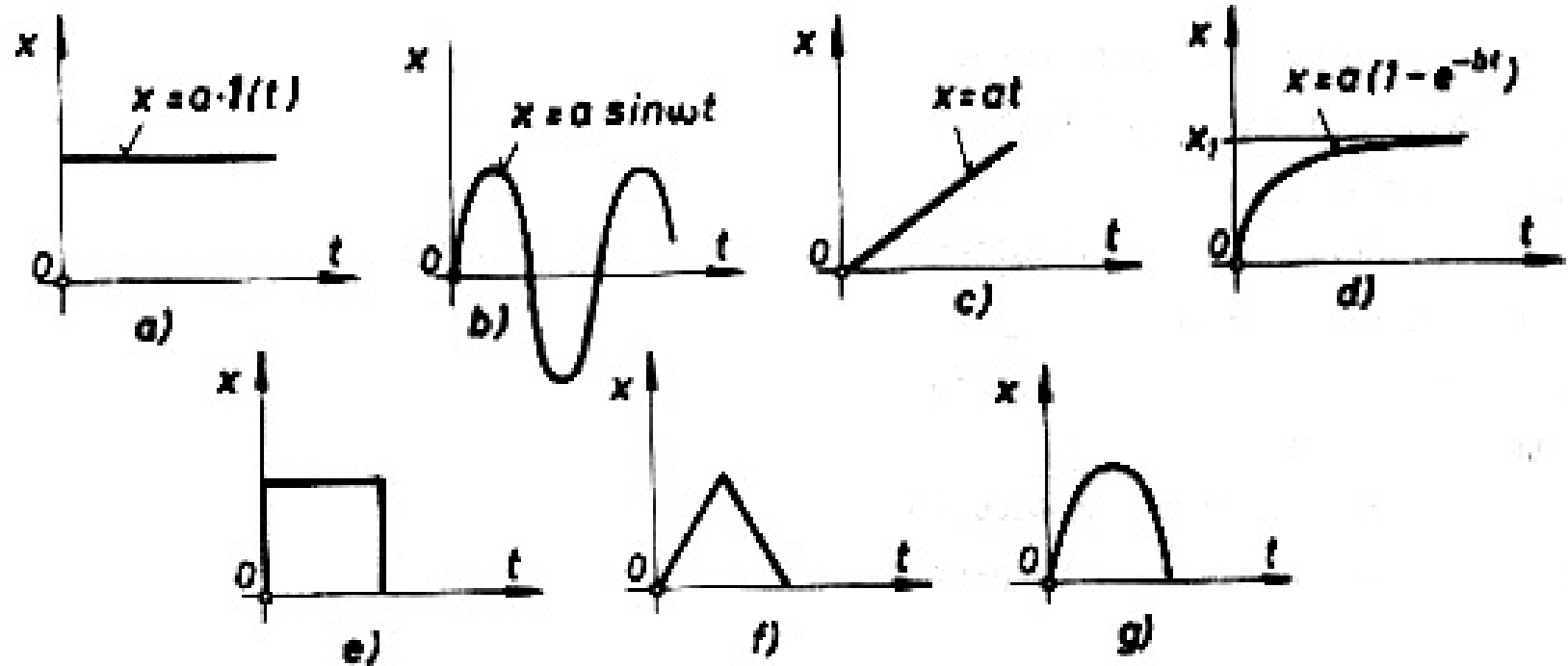
5.1 – Diferencijalna jednačina za opis dinamičke karakteristike mernog pribora

5.2 – Za slučaj linearne veze  $x(t)$  i  $y(t)$  i njihovih izvoda, diferencijalna j-na 5.1 prelazi u ovaj oblik

5.3 – Primenom Laplasove transformacije – 5.2 se može napisati u obliku

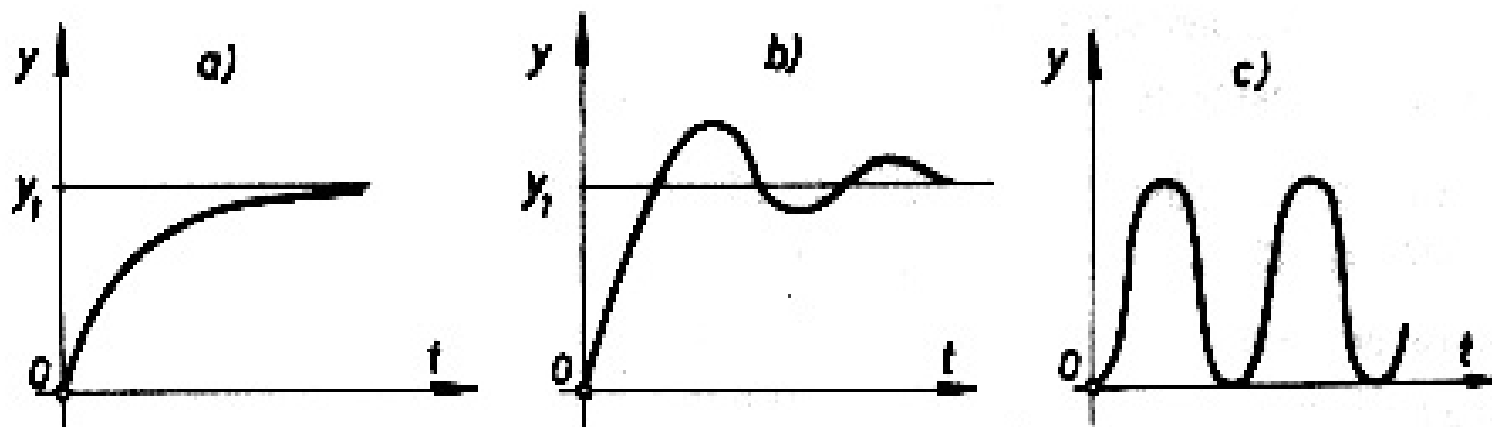
5.4 – Prenosna funkcija mernog pribora

# Slika 5.2 Oblici tipičnih spoljašnjih dejstava – ulaznih funkcija



Sl. 5.2. Oblici tipičnih spoljašnjih dejstava (ulaznih funkcija ili ulaznih signala)

**Slika 5.3 Oblici izlaznih funkcija u prelaznom režimu mernog pribora pri skokovitom spoljašnjem dejstvu (ulaznoj funkciji  $x$ )**



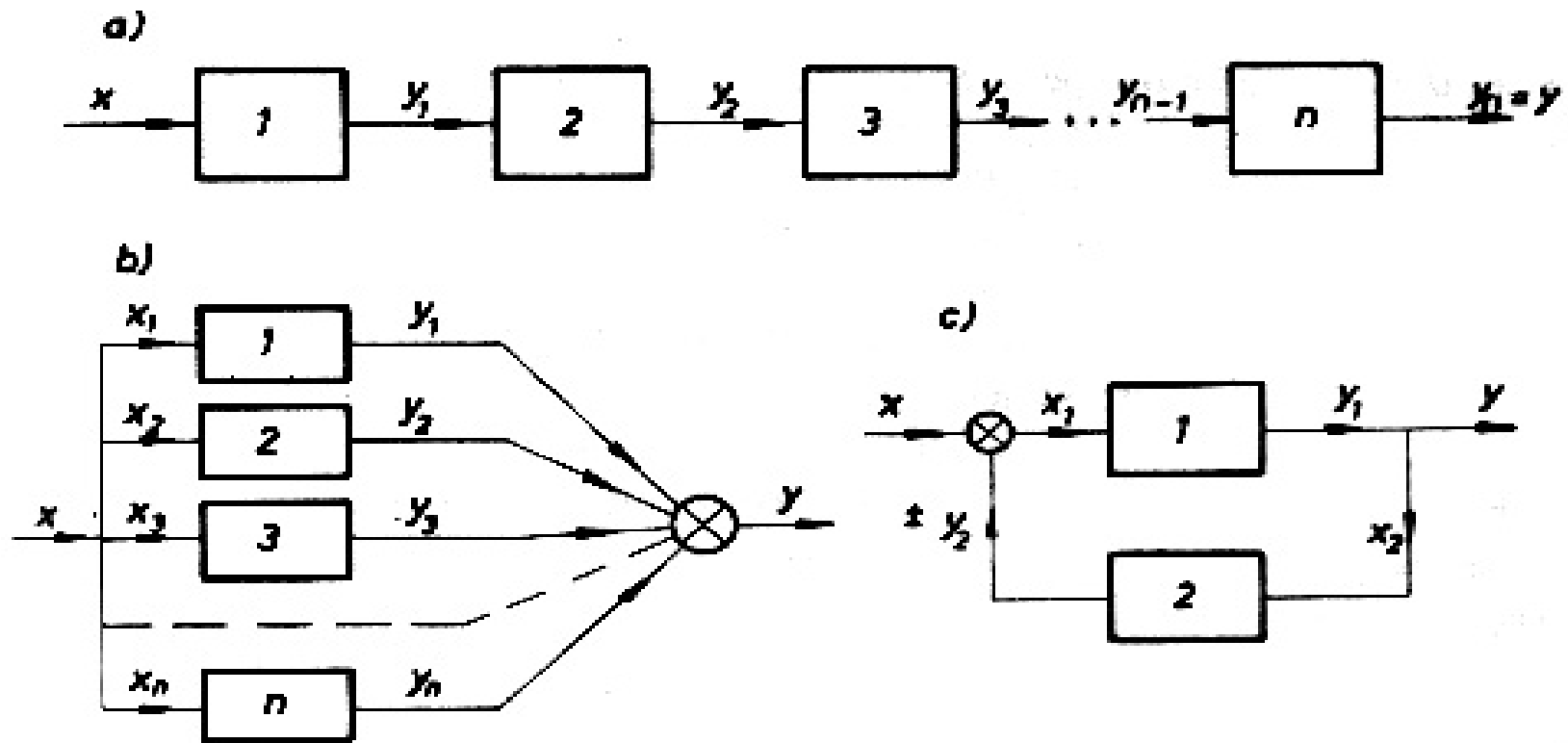
**Sl. 5.3.** Oblici izlaznih funkcija u prelaznom režimu mernog pribora pri skokovitom spoljašnjem dejstvu (ulaznoj funkciji  $x$ )

**Krive izlaznih funkcija  $y = y(t)$  predstavlja vremensku karakteristiku ili prelaznu krivu**

## Metodologija analize dinamičkih / statičkih karakteristika, osetljivosti i grešaka merenja

- Sastavljanje strukturne šeme (SŠ) mernog pribora
- Određivanje dinamičkih, ... karakteristika pojedinih strukturnih elemenata
- Određivanje dinamičkih, ... karakteristika mernog pribora u celini, a prema pravilima strukturne šeme, slika 5.4

# Slika 5.4 Tipovi sprega u strukturnoj šemi elemenata mernih pribora



Sl. 5.4. Tipovi sprega strukturnih elemenata mernih pribora

# Izrazi za prenosne f-je mernog pribora

a) Rednu spregu (sl.5.4a)

$$W(p) = W_1(p)W_2(p)W_3 \dots W_n(p) = \prod_{i=1}^n W_i(p)$$

b) Paralelnu spregu (sl.5.4b)

$$W(p) = W_1(p) + W_2(p) + W_3 + \dots + W_n(p) = \sum_{i=1}^n W_i(p)$$

c) Povratnu spregu (sl.5.4c)

$$W(p) = \frac{W_1(p)}{1 \pm W_1(p)W_2(p)}$$

# Statička karakteristika MS (P)



**Definiše se kao funkcionalna zavisnost:**

- $y = f(x)$

- Izlazni signal  $y$  je u stacionarnom stanju (nije funkcija od  $t$ )

⌘ **Statička karakteristika može da se izrazi u:**

- ⌘ **Analitičkom obliku**

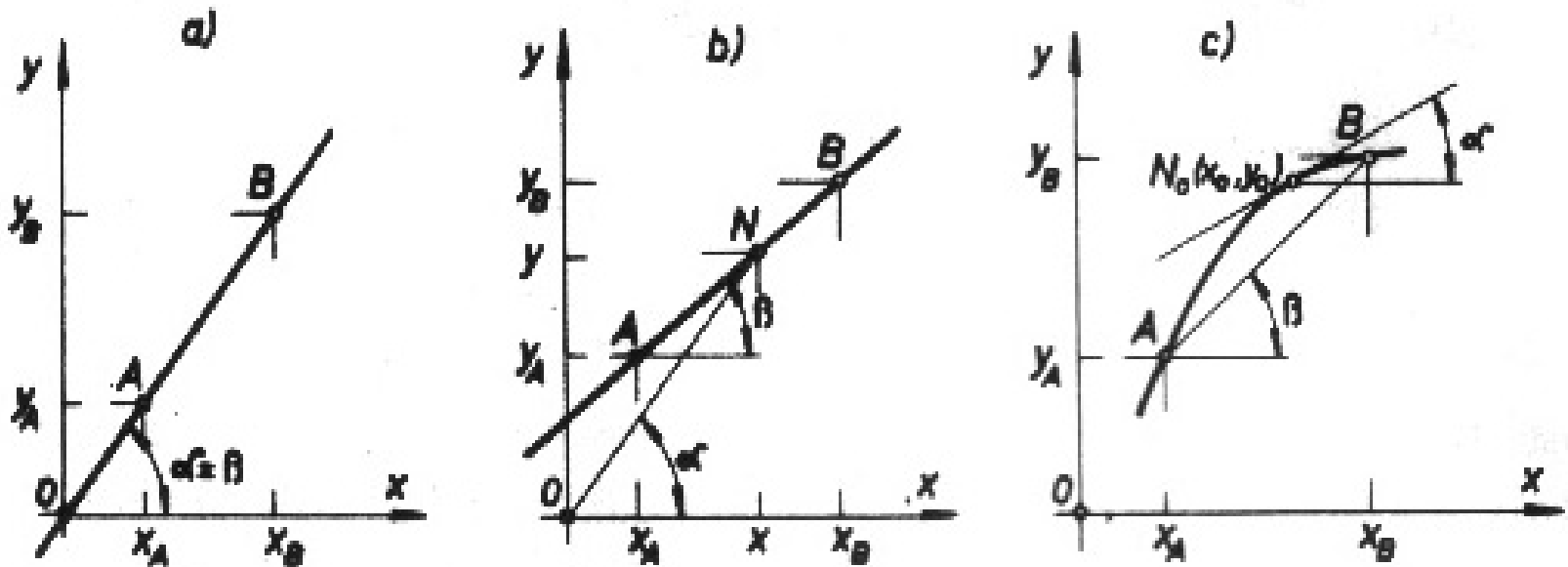
- ⌘ **Grafičkom obliku (slika 5.5)**



# Slika 5.5 Grafici statičkih karakteristika mernih pribora

a, b – linearni oblik

c – nelinearni oblik



Slika 5.5. Grafici statičkih karakteristika mernih pribora

# Objašnjenje grafika statičkih karakteristika

- Za linearnu statičku karakteristiku:
  - $y = f(x) = a + bx$  (slika 5.5 a i b)
- Za nelinearnu (slika 5.5c)
  - Linearizacija se vrši u domenu oko posmatrane tačke  $N_o (x_o, y_o)$ , tako što se funkcija razvija u Tajlorov red, a nakon zanemarivanja članova višeg reda, dobija se:  
$$Y = f(x_o) + f'(x_o) (x - x_o)$$

# Određivanje statičke karakteristike

- **Analitički metod**
- **Grafički metod**

# Analitički metod – statička karakteristika

- Ista procedura kao za DK (tri etape):

$$y_1 = f_1(x), \quad y_2 = f_2(y_1), \quad y_3 = f_3(y_2), \dots, \quad y = y_n = f_n(y_{n-1})$$
$$y = y_n = f_n\{f_{n-1}\dots f_2[f_1(x)]\}$$

$$y_1 = f_1(x), \quad y_2 = f_2(x), \quad y_3 = f_3(x), \dots, \dots, \dots, \quad y_n = f_n(x)$$
$$y = f_1(x) + f_2(x) + f_3(x) + \dots + f_n(x)$$

$$y = f_1(x_1), \quad y_2 = f_2(y), \quad y_1 = y = x_2, \quad x_1 = x \pm y_2$$
$$y = f_1(x \pm y_2) = f_1[x \pm f_2(y)]$$

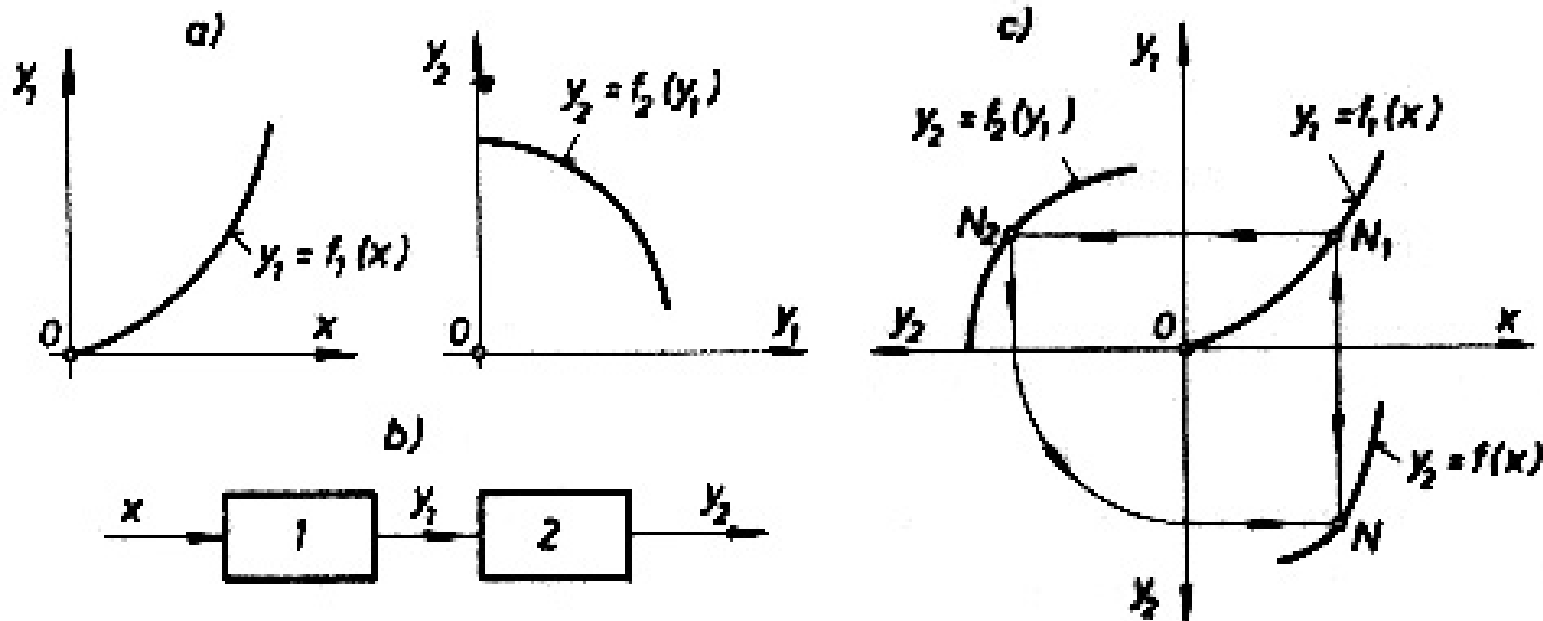
# J-ne statičkih karakteristika

- **Redna sprega**
- **Paralelna sprega**
- **Povratna sprega**

# Grafički metod

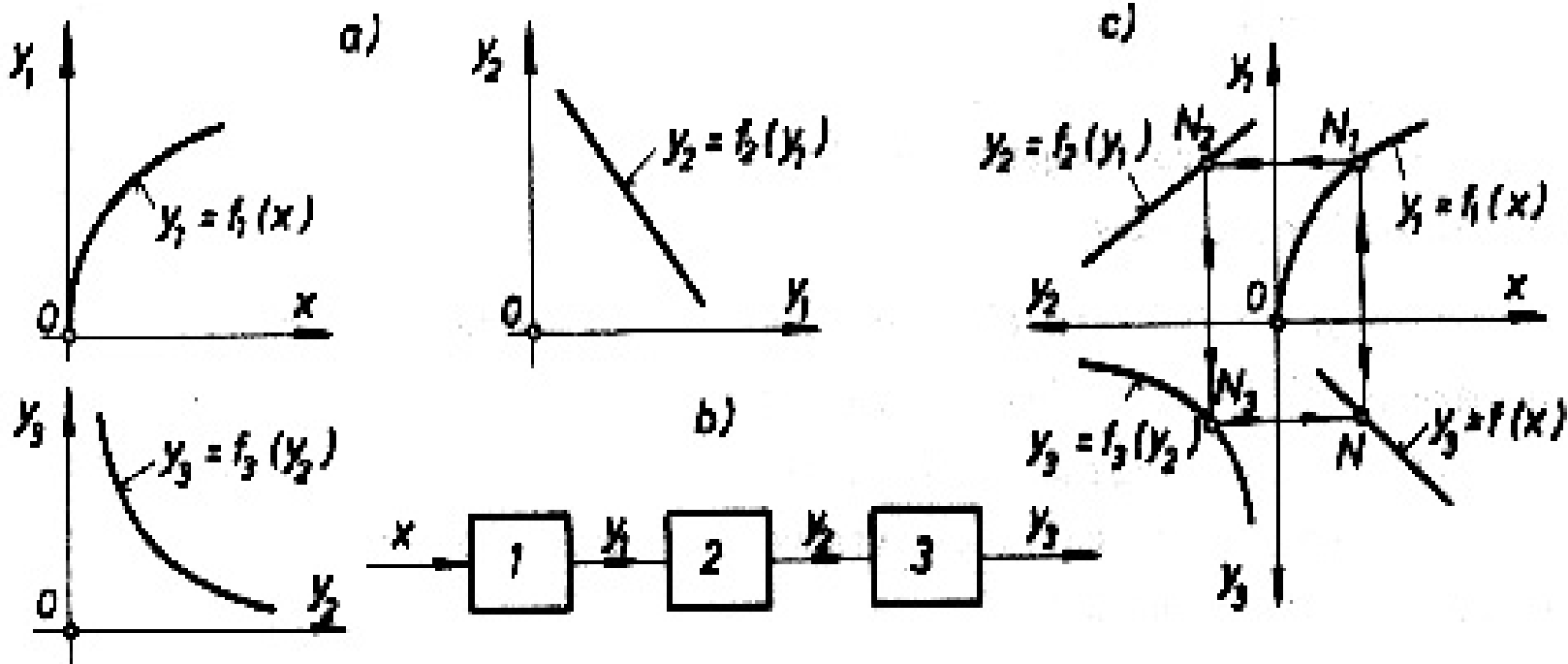
- Polazi od postojanja dijagrama (grafika) statičkih karakteristika svih strukturnih elemenata u šemi mernog pribora
- Kako se dobijaju SK strukturnih elemenata ?
  - Konstrukcijom dijagrama na osnovu prethodno poznatih j-na karakteristika
  - Eksperimentalnim ispitivanjima
  - Korišćenjem podataka iz priručnika

# Slika 5.6 Grafičko određivanje SK sa dva redna elementa



**Sl. 5.8.** Grafičko određivanje statičke karakteristike mernog pribora sa dva elementa u jednoj strukturalnoj šemi

# Slika 5.7 Grafičko određivanje SK sa tri redna elementa



**Sl. 5.7.** Grafičko određivanje statičke karakteristike mernog pribora sa tri elementa u rednoj strukturalnoj šemi



# SK za paralelnu / povratnu vezu

- **Primer:**
  - Paralelna veza: grafički postupak se svodi na grafičko sabiranje ordinata ( $y = y_1 + y_2 + \dots + y_n$ )

# Osetljivost mernog pribora

- Osetljivost ( $S$ ) definiše se j-nom (5.16):

$$S = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \left( \frac{\Delta y}{\Delta x} \right) = \frac{dy}{dx} = \frac{m_y}{m_x} \operatorname{tg} \alpha$$

gde su:

$\alpha$  - ugao nagiba tangente na statičku karakteristiku u tački

$N$  i  $N_0$

$m_x$  i  $m_y$  – razmere grafika statičke karakteristike na  $x$  i  $y$  osi

# Definicija osetljivosti - analitički

- **Analitički se osetljivost određuje graničnom vrednošću odnosa priraštaja izlazne veličine  $\Delta y$  i ulazne veličine  $\Delta x$ , kada priraštaj veličine  $\Delta x$  teži nuli**

# Definicija osetljivosti - grafički

- Na grafiku statičke karakteristike, osetljivost se određuje pomoću tangensa nagibnog ugla alfa u tekućoj tački N, odnosno  $N_0$

$$S = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \left( \frac{\Delta y}{\Delta x} \right) = \frac{dy}{dx} = \frac{m_y}{m_x} \operatorname{tg} \alpha$$

u celom opsegu merenja ulaznih  $x_B - x_A$  i izlaznih veličina  $y_B - y_A$  veličina

# Pojam srednje osetljivosti mernog pribora

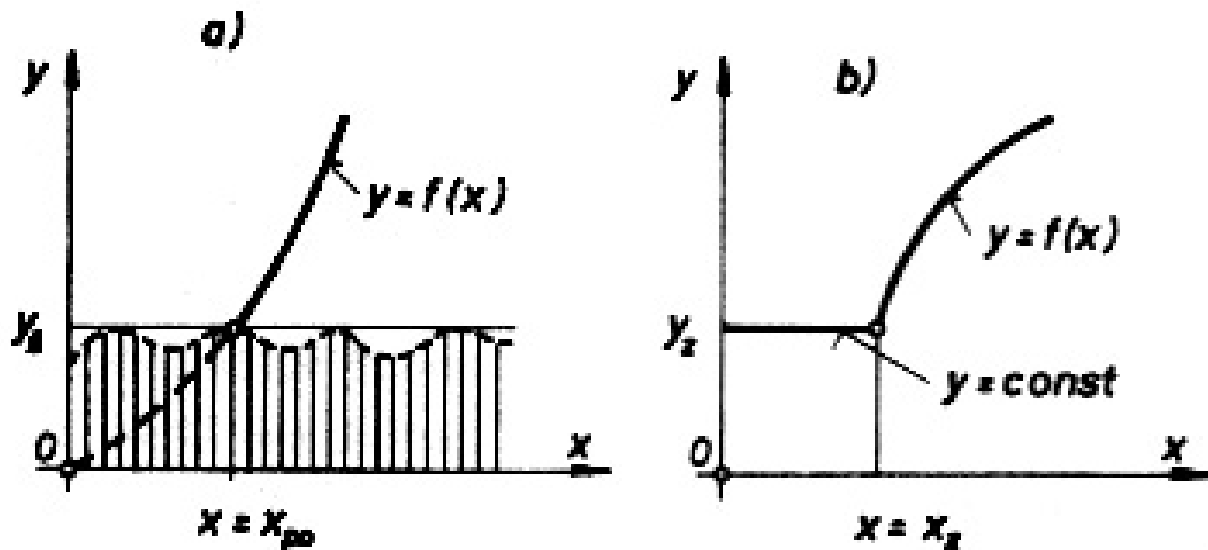
- Definiše se odnosom opsega merenja izlazne i ulazne veličine

$$\overline{S} = \frac{y_b - y_a}{x_b - x_a} = \frac{m_y}{m_x} \operatorname{tg} \alpha$$

# Prag osetljivosti

- Definiše se i kao neosetljivost i predstavlja onu najmanju vrednost  $x_{po}$  ulazne veličine  $x$  pri kojoj se pojavljuje promena izlazne veličine  $y$ .
- Neosetljivost mernog pribora je posledica postojanja zazora ili mrtvog hoda, sila trenja, šuma i sl. u konstrukciji mernog pribora

# Slika 5.8 Primeri neosetljivosti mernog pribora zbog šuma a) i zazora b)



Sl. 5.8. Primeri neosetljivih mernih pribora zbog šuma (a) i zazora (b)

# Izražavanje i određivanje osetljivosti

- Izražava se neimenovanim brojem (istoimene ulazne/izlazne promenjive)
- Kada nisu istoimene osetljivost se izražava kao (  $v/mm$ ,  $W/mm$ ,  $N/mm$ , itd.)
- Za složene merne pribore, prema strukturalnoj šemi, osetljivost se određuje preko izraza:



# Redna / paralelna / povratna sprega

- Redna

$$S = S_1 S_2 S_3 \dots S_n = \prod_{i=1}^n S_i$$

- Paralelna

$$S = S_1 + S_2 + S_3 + \dots + S_n = \sum_{i=1}^n S_i$$

- Povratna sprega

$$S = \frac{S_1}{1 \pm S_1 S_2}$$

# Opseg merenja

- Definiše se najvećom i najmanjom vrednosti veličine koje se mogu izmeriti odnosno pokazati na pokazivačkoj jedinici mernog pribora

- $O_m = x_B - x_A = [x_A, x_B] = [x_1, x_2]$

- $O_m = y_B - y_A = [y_A, y_B] = [y_1, y_2]$

**Hvala Vam na pažnji !**

**V a š**

**Prof. dr Vidosav D.**

**MAJSTORVIĆ,**

**dipl.maš.inž.,**

**P I T A N J A !**