

***Matlab*<sup>®</sup> апликација за симулацију проблема локализације и симултане локализације и изградње мапе технолошког окружења интелигентних мобилних робота**

Најдан Вуковић<sup>1</sup>, Зоран Миљковић<sup>2</sup>, Бојан Бабић<sup>3</sup>, Божица Бојовић<sup>4</sup>

## 1. ОБЛАСТ НА КОЈУ СЕ ТЕХНИЧКО РЕШЕЊЕ ОДНОСИ

Развијена софтверска апликација припада области машинства и директно се односи на симулацију проблема одређивања положаја мобилног робота и положаја карактеристичних објеката током кретања мобилног робота у технолошком окружењу и може се уврстити у напредне производне технологије. Проблем одређивања положаја мобилног робота и објеката у технолошком окружењу представља неопходну основу за развој интелигентних мобилних робота аутономних у погледу континуалног људског надзора, који у оквиру технолошког окружења могу бити примењени за потребе обављања унутрашњег транспорта. С обзиром да се естимација положаја обавља у реалном времену, неопходно је развити одговарајућу софтверску апликацију за примену математичког модела проблема. Међутим, тестирање у реалном времену без претходно спроведене симулације проблема може бити контрапродуктивно и допринети продужењу времена развоја. У овом извештају приказана је софтверска апликација развијена у *Matlab*<sup>®</sup> окружењу за симулацију проблема локализације и симултане локализације и изградње мапе технолошког окружења. Развијена софтверска апликација пружа увид у понашање робота и указује на проблеме који се могу појавити током експлоатације.

## 2. ТЕХНИЧКИ ПРОБЛЕМ

Локализација представља проблем одређивања положаја мобилног робота у односу на спољашњи координатни систем користећи познати положај непокретних карактеристичних објеката у окружењу. Након аквизиције и обраде сензорских информација мобилни робот треба да одреди свој положај у односу на непокретни спољашњи координатни систем. Поред локализације могуће је дефинисати и општији проблем - симултану (истовремену) локализацију и изградњу мапе окружења. За разлику од проблема локализације, у овом проблему положај карактеристичних објеката није познат *a priori* већ се од мобилног робота очекује да у односу на непокретни спољашњи координатни систем одреди свој положај, али и положај непокретних објеката (изградња мапе технолошког окружења).

Са друге стране, услед различитих природних утицаја које као пројектанти не можемо да контролишемо (температура ваздуха, осветљеност, трење итд.) у систему се појављује неодређеност. Ово је основни разлог због кога управљачки и сензорски подсистеми не генеришу очекиване команде тј. очекивана читавања. У том смислу, локализација мобилног робота треба да буде спроведена узимајући у обзир поменути неодређеност, па примена теорије естимације [1] обезбеђује одговарајући математички апарат неопходан за формулацију математичког модела решења постављеног проблема у присуству неодређености и грешака управљања и мерења.

У литератури постоји велики број развијених математичких модела [6,7,8,16] али се због природе проблема (естимација треба да се спроводи у реалном времену) треба посветити пажња и развоју одговарајуће софтверске апликације, као једном од стандардних софтверских модула у оквиру управљачког алгоритма [10]. Са друге стране, изучавање нових модела се једноставније спроводи кроз симулацију него путем директног тестирања на мобилном роботу. Ово су основни разлози избора развоја софтверске апликације у *Matlab*<sup>®</sup> окружењу за симулацију ових комплексних проблема. *Matlab*<sup>®</sup> је изабран због следећих разлога:

1. Развој кода у овом окружењу је једноставан,
2. Широка распрострањеност софтвера у научно-истраживачким институцијама,
3. *Matlab*<sup>®</sup> има велики број развијених помоћних функција које убрзавају развој и примену кода,

<sup>1</sup> Стручни сарадник, Иновациони центар Машинског факултета у Београду. [nvukovic@mas.bg.ac.rs](mailto:nvukovic@mas.bg.ac.rs)

<sup>2</sup> Ванредни професор, Универзитет у Београду-Машински факултет. [zmiljkovic@mas.bg.ac.rs](mailto:zmiljkovic@mas.bg.ac.rs)

<sup>3</sup> Редовни професор, Универзитет у Београду-Машински факултет. [bbabic@mas.bg.ac.rs](mailto:bbabic@mas.bg.ac.rs)

<sup>4</sup> Асистент, Универзитет у Београду-Машински факултет. [bbojovic@mas.bg.ac.rs](mailto:bbojovic@mas.bg.ac.rs)

4. Постоји могућност спровођења симулације на рачунарима без инсталације *Matlab* – а.

На самом почетку извештаја представљене су теоријске основе проблема. Након тога, развијена софтверска апликација упоређена је са сродним апликацијама у свету. Начин спровођења симулације, уноса података и тумачења симулационих резултата дато је у четвртном делу извештаја. На крају извештаја представљене су могућности примене и ограничења, као и побољшања која могу да допринесу повишењу квалитета и употребне вредности саме апликације.

### Теоријске основе проблема

Нека се мобилни робот креће у равни и нека је потребно да том приликом одреди свој положај али и положај непокретних карактеристичних објеката у окружењу. С обзиром да је у питању раванско кретање, положај мобилног робота дефинисан је са три независна параметра, који формирају вектор стања  $x$ :

$$s = (x \quad y \quad \theta)^T \quad (1)$$

где  $x$  и  $y$  представљају позицију, а угао  $\theta$  оријентацију мобилног робота и симбол  $T$  означава математички оператор транспоновања. Током кретања, мобилни робот прикупља информације из окружења које је могуће поделити на две групе [15,16,18]:

- *Информације о мерењу* – настају као резултат примене сензора и представљају повратну информацију окружења. Претпоставља се да сензор у сваком тренутку прима *једно и само једно* мерење. Вектор мерења се може дефинисати као  $z_{t_1:t_2} = z_{t_1}, z_{t_1+1}, z_{t_1+2}, \dots, z_{t_2}$ , где  $t_1$  и  $t_2$  ( $t_1 \leq t_2$ ) представљају тренутке када се мерења прикупљају,
- *Информације о управљању* – један од начина прикупљања информација о управљању је путем енкодера. Иако енкодери представљају сензоре који мере угао ротације погонског вратила мотора, због чега би требало да буду сврстани под мерења, ипак се могу класификовати као управљања с обзиром да директно мере ефекат управљања. Управљања су  $u_{t_1:t_2} = u_{t_1}, u_{t_1+1}, u_{t_1+2}, \dots, u_{t_2}$ . Променљива  $u_t$  увек представља промену стања у временском интервалу  $(t-1; t]$ . Другим речима, управљање  $u_t$  је управљање које је довело до промене стања  $s_{t-1}$  у стање  $s_t$ . Као и код информација о мерењу, постоји само једно управљање за сваки тренутак  $t_i$ .

Стање  $s_t$  може бити одређено уколико се одреде утицаји свих претходних стања, мерења и управљања на вектор стања  $s_t$ , односно потребно је одредити условну густину  $p(s_t | s_{0:t-1}, z_{1:t-1}, u_{1:t})$ . Међутим, усвајањем претпоставке Маркова можемо написати следећу једнакост:

$$p(s_t | s_{0:t-1}, z_{1:t-1}, u_{1:t}) = p(s_t | s_{t-1}, u_t) \quad (2)$$

где је приказано да стање  $s_t$  не зависи од претходних стања  $s_{0:t-1}$ , свих досадашњих мерења  $z_{1:t-1}$  и управљања  $u_{1:t}$  уколико постоји информација о вектору стања  $s_{t-1}$ , који непосредно претходи стању  $s_t$ . На основу претпоставке Маркова стање  $s_{t-1}$  представља потпуну и довољну информацију о условној расподели вектора стања система  $s_t$ . Другим речима, стање  $s_{t-1}$  обухвата утицај свих претходних мерења  $z_{1:t-1}$  и управљања  $u_{1:t-1}$ . Једина величина која недостаје у циљу ваљаног дефинисања стања  $s_t$  је управљање  $u_t$  у тренутку  $t$ . Са друге стране, условна густина вектора мерења  $z_t$  зависи од свих претходних стања система  $s_{0:t-1}$ , управљања  $u_{1:t}$  и мерења  $z_{1:t-1}$ , тј.

$$p(z_t | s_{0:t}, z_{1:t-1}, u_{1:t}) = p(z_t | s_t) \quad (3)$$

Међутим, у (3) претходна стања система  $s_{0:t-1}$ , управљања  $u_{1:t}$  и претходна мерења  $z_{1:t-1}$  не пружају додатне информације уколико је познат положај мобилног робота  $s_t$  у тренутку  $t$ , па се може усвојити да мерење  $z_{1:t-1}$  не зависи од претходних управљања и мерења уколико познајемо вектор стања  $s_t$ .

### Модел перцепције - сензорски модел

За потребе симулације усвојен је модел технолошког окружења на бази непокретних карактеристичних објеката. Овај модел полази од претпоставке да се у радном окружењу налази велики број карактеристичних објеката који се могу идентификовати путем сензора. Приступ подразумева да је уочавање и дефинисање карактеристичних објеката у окружењу извршено у *off-line* режиму, а да се процес идентификације истих обавља посредством сензора у *on-line* режиму. Сензорски модел претпоставља да се за сваки идентификовани објекат може одредити растојање и оријентација карактеристичних објекта у односу на робота. Такође, претпоставља се да робот може

да идентификује класу карактеристичних објеката помоћу величине која се назива вектор идентификације помоћу кога се дефинишу боја објекта, висина, ширина, дебљина итд. Функција идентификације карактеристичних објеката је дата као:

$$f(z_t) = \{f_t^1, f_t^2, \dots, f_t^n\} = \left\{ \begin{bmatrix} r_t^1 \\ \phi_t^1 \\ \tau_t^1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} r_t^2 \\ \phi_t^2 \\ \tau_t^2 \end{bmatrix}, \dots, \begin{bmatrix} r_t^n \\ \phi_t^n \\ \tau_t^n \end{bmatrix} \right\} \quad (4)$$

где су  $r_t^i$  и  $\phi_t^i$  растојање и оријентација објекта у односу на положај робота, док је  $\tau$  број карактеристичних објеката у једном мерењу и у општем случају је променљива величина. Ако са  $m_{jx}$  и  $m_{jy}$  обележимо координате карактеристичних објеката, онда ће сензорски модел бити:

$$\begin{pmatrix} r_t^n \\ \phi_t^n \\ \tau_t^n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sqrt{(m_{jx} - x)^2 + (m_{jy} - y)^2} \\ a \tan 2(m_{jy} - y, m_{jx} - x) - \theta \\ \tau_j \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \varepsilon_{\sigma_r^2} \\ \varepsilon_{\sigma_\phi^2} \\ \varepsilon_{\sigma_\tau^2} \end{pmatrix} \quad (5)$$

где шумови  $\varepsilon_{\sigma_r^2}$ ,  $\varepsilon_{\sigma_\phi^2}$  и  $\varepsilon_{\sigma_\tau^2}$  представљају беле шумове који подлежу нормалној расподели. Дакле, самим тим и модел перцепције подлеже Гаусовој расподели са нултом очекиваном вредношћу и матрицом коваријанси Q, тј.  $p(z_t|s_t) \sim N(0, Q)$ .

### Модел кретања мобилног робота

Примењујући основне законе механике могуће је извести велики број једначина кретања мобилног робота у зависности од броја степени слободe али и броја управљачких параметара. Под термином модел кретања у наставку подразумевају се коначне једначине кретања. Један од модела кретања представља брзински модел кретања, у коме се полази од претпоставке да се трансляторном и угаоном брзином мобилног робота може директно управљати. У том смислу, вектор управљања је  $u = (v \ \omega)^T$  где су  $v$  трансляторна брзина кретања центра маса, а  $\omega$  угаона брзина мобилног робота. Модел кретања мобилног робота у дискретном облику је:

$$\begin{cases} x(k+1) \\ y(k+1) \\ \theta(k+1) \end{cases} = \begin{cases} x(k) + v(k)\Delta t \cos(\theta(k) + \omega(k)\Delta t) \\ y(k) + v(k)\Delta t \sin(\theta(k) + \omega(k)\Delta t) \\ \theta(k) + \omega(k)\Delta t \end{cases} \quad (6)$$

где су:  $x(k)$   $x$  координата мобилног робота у тренутку  $k$ ,  $y(k)$   $y$  координата мобилног робота у тренутку  $k$ ,  $\theta(k)$  угао ротације мобилног робота у тренутку  $k$ ,  $d$  размак између тачкова, угаона брзина робота  $\omega = (R_d \omega_d - R_l \omega_l)/d$ ,  $\Delta\theta = \omega \Delta t$  прираштај угла  $\theta$ ,  $R_l$  полупречник левог тачка,  $R_d$  полупречник десног тачка,  $\omega_d$  угаона брзина десног тачка и  $\omega_l$  угаона брзина левог тачка. Важно је нагласити да  $\Delta t$  представља временски интервал трајања кретања из положаја  $k$  у наредни положај  $k+1$ . Претпоставља се да вектори стања и управљања подлежу Гаусовој расподели, тј.  $p(s_t|s_{t-1}, u_t) \sim N(0, R)$  и  $p(u_t) \sim N(0, M)$ .

### Бајесов филтар<sup>5</sup>

С обзиром да мобилни робот треба да одреди свој положај и позицију карактеристичних објеката у окружењу вектор стања ће бити дефинисан на следећи начин:  $\xi_t = (s_t \ m)^T = (x \ y \ \theta \ m_{1x} \ m_{1y} \dots \ m_{Nx} \ m_{Ny})^T$ , где је  $s_t$  положај мобилног робота,  $m$  и  $N$  позиција и број карактеристичних објеката, ресективно. Важно је нагласити да је за проблем локализације вектор стања формиран само од положаја мобилног робота, па се за раванско кретање своди на три независна параметра.

Да би одредили решење проблема применићемо Бајесов филтар. Нека је условна густина вектора стања  $\xi_t$  дефинисана следећом условном густином  $p(s_t, m | z_{1:t}, u_{1:t}, \tau_{1:t})$ . Применом Бајесовог правила одређујемо следећу једнакост:

<sup>5</sup> У енглеском језику, модел на основу кога се извршава естимација сигнала из зашумљених мерења назива се филтер (filtering=>Bayes Filter). Међутим, термин за естимацију сигнала на српском језику је филтрација, па је стога модел филтар.

$$\begin{aligned} p(s_t, m | z_{1:t}, u_{1:t}, \tau_{1:t}) &= \eta p(z_t | s_t, m, z_{1:t-1}, u_{1:t}, \tau_{1:t}) p(s_t, m | z_{1:t-1}, u_{1:t}, \tau_{1:t}) \\ &= \eta p(z_t | s_t, m, \tau_{1:t-1}) p(s_t, m | z_{1:t-1}, u_{1:t}, \tau_{1:t}) \end{aligned} \quad (7)$$

где  $\eta$  представља константну нормализације. Међутим, с обзиром да у претходној једнакости не фигурише претходни положај  $s_{t-1}$  као променљива, применом теореме о тоталној вероватноћи можемо условити израз (7) са  $s_{t-1}$  на следећи начин:

$$\begin{aligned} p(s_t, m | z_{1:t}, u_{1:t}, \tau_{1:t}) &= \eta p(z_t | s_t, m, \tau_{1:t-1}) \\ &\int p(s_t, m | s_{t-1}, z_{1:t-1}, u_{1:t}, \tau_{1:t}) p(s_{t-1} | z_{1:t-1}, u_{1:t}, \tau_{1:t}) ds_{t-1} \end{aligned} \quad (8)$$

први израз под интегралом можемо развити применом теореме о условној густини:

$$\begin{aligned} p(s_t, m | z_{1:t}, u_{1:t}, \tau_{1:t}) &= \eta p(z_t | s_t, m, \tau_{1:t-1}) \\ &\int p(s_t | s_{t-1}, m, z_{1:t-1}, u_{1:t}, \tau_{1:t}) p(m | s_{t-1}, z_{1:t-1}, u_{1:t}, \tau_{1:t}) p(s_{t-1} | z_{1:t-1}, u_{1:t}, \tau_{1:t}) ds_{t-1} \end{aligned} \quad (9)$$

У (9) густина расподеле дата је као  $p(s_t | s_{t-1}, m, z_{1:t}, u_{1:t}, \tau_{1:t})$ . Међутим, с обзиром да претходни израз дефинише условну густину положаја мобилног робота у односу на претходни положај, сва мерења и сва управљања до тог тренутка, онда се интуитивно може закључити да положај мобилног робота не зависи од ових параметара уколико познајемо управљања  $u_t$  и положај у тренутку  $t$ . Другим речима, важи следећа једнакост:

$$p(s_t | s_{t-1}, m, z_{1:t}, u_{1:t}, \tau_{1:t}) = p(s_t | s_{t-1}, u_t) \quad (10)$$

што представља модел кретања мобилног робота.

Даљом анализом можемо уочити да функција густине мапе окружења  $m$  и претходног положаја  $s_{t-1}$  могу да се изразе као заједничка функција  $p(m, s_{t-1})$ , уз уважавање чињенице да управљање  $u_t$  и вектор идентификације  $\tau_t$  не пружају информације о положају без знања о последњем мерењу  $z_t$ , тј.

$$p(s_t, m | z_{1:t}, u_{1:t}, \tau_{1:t}) = \eta p(z_t | s_t, m, \tau_{1:t-1}) \int p(s_t | s_{t-1}, u_t) p(s_{t-1}, m | z_{1:t-1}, u_{1:t}, \tau_{1:t}) ds_{t-1} \quad (11)$$

Једнакост (11) нам пружа модел симултаног одређивања положаја мобилног робота и изградње мапе окружења изведен на основама теорије вероватноће. Детерминистички приступ овом проблему би занемарио неодређености у сензорским и погонским подсистемима мобилног робота што би за резултат имало недовољно ефикасну експлоатацију. С обзиром да је изучавани проблем стохастичке природе примена теорије естимације представља природан вид формулације проблема. Директно решавање једнакости (11) у аналитичком облику није могуће без увођења одговарајућих претпоставки. Уколико претпоставимо да су модел кретања и модел перцепције мобилног робота линеарни и да подлежу Гаусовој расподели, може се показати да Калманов филтар представља решење Бајесовог филтра за овај специјални случај. Међутим, уколико су ови модели нелинеарни, мора се извршити одговарајућа трансформација у циљу естимације положаја применом Калмановог филтра. У том случају, могуће је извршити линеаризацију нелинеарних модела или пак применити одговарајући вид математичке трансформацију у циљу одређивања вредности параметара. У том смислу, ова софтверска апликација базира се на две могуће опције:

- развијањем почетних једнакости у Тејлоров ред (енг. Extended Kalman Filter),
- примена нелинеарне трансформације без експлицитног израчунавања јакобијана трансформације (енг. Unscented Kalman Filter).

У наставку ће кратко бити приказане обе методе.

## Калманов филтар

### Линеаризација нелинеарног модела развијањем у Тејлоров ред

Линеаризација полазних нелинеарних једначина развијањем у Тејлоров ред представља „стандардан” метод па се због тога овде неће детаљно наводити и анализирати. Као што је већ поменуто, претпоставља се да вектор стања подлеже Гаусовој расподели, тј.  $p(s) \sim N(s, \Sigma)$ . У том случају можемо применити Калманов филтар, као оптимални линеарни естиматор минималне варијансе. Алгоритам је дат преко следећих једнакости [1,2,5,16]:

$$\begin{aligned} 1. \bar{s}_t &= g(s_{t-1}, u_t) ; \bar{\Sigma}_t = G_t \Sigma_{t-1} G_t^T + V_t M_t V_t^T \\ 2. K_t &= \bar{\Sigma}_t H_t^T (H_t \bar{\Sigma}_t H_t^T + Q_t)^{-1} \\ 3. s_t &= \bar{s}_t + K_t (z_t - h(\bar{s}_t)) ; \Sigma_t = (I - K_t G_t) \bar{\Sigma}_t \end{aligned} \quad (12)$$

и назива се линеаризовани Калманов филтар (ЛКФ). Дакле, с обзиром да су модел кретања и модел перцепције нелинеарне функције (једначине 5 и 6) и представљене преко функционалних зависности  $g(s_{t-1}, u_t)$  и  $h(s_t)$  (једнакости (5) и (6)) онда су Јакобијани трансформације  $G$  и  $H$  у односу на вектор стања и јакобијан  $V$  у односу на управљање  $u_t$  дати у следећој форми респективно:  $G = \partial g(s_t, u_t) / \partial s_t$ ;  $H = \partial h(s_t) / \partial s_t$ ;  $V = \partial g(s_t, u_t) / \partial u_t$ . За детаљну анализу ЛКФ алгорита, питања везаних за конвергенцију, као и ограничењима примене погледати [1,2]. Анализа примене Калмановог филтра у циљу одређивања оптималног решења симултане локализације и изградње мапе окружења мобилног робота може се видети у [16].

### Трансформација без израчунавања Јакобијана трансформације

ЛКФ представља оптимално решење проблема у смислу минимума варијансе. Међутим, услед присутне нелинеарности оптималност решења неће бити очувана, с обзиром да је Калманов филтар линеарни естиматор. У том смислу, линеаризација развијањем полазних нелинеарних једнакости у Тејлоров ред не представља оптималан вид трансформације у смислу обухватања свих информација. Наиме, може се показати да линеаризација апроксимира праву функцију густине тек до првог степена, занемарујући остале расположиве информације. Због тога је потребно пронаћи такав вид трансформације који може да очува реалну расподелу или бар да оствари виши степен тачности од линеаризације. Средином 1990-тих година, у низу радова [3,13,14] представљена је управо таква трансформација, која за разлику од линеаризације успева да оствари тачност до малих величина другог реда за исти број операција. Основна идеја базира се на избору скупа тзв. сигма тачака које апроксимирају посматрану функцију расподеле, и које се одређују на основу следећих релација:

$$\mathfrak{N}^{[0]} = \mu; \mathfrak{N}^{[i]} = \mu + (\sqrt{(n+\lambda)\Sigma})_i; \forall i = 1 \dots n; \mathfrak{N}^{[i]} = \mu - (\sqrt{(n+\lambda)\Sigma})_{i-n}; \forall i = n+1 \dots 2n \quad (13)$$

где  $n$  представља број димензија вектора стања,  $\Sigma$  матрица коваријанси, а параметар  $\lambda$  је константа која одређује колико далеко ће сигма тачке да буду удаљене од очекиване вредности. Поред сигма тачака, неопходно је увести и тежинске коефицијенте који одређују релативни значај појединих сигма тачака, односно:

$$w_{\mu}^{[0]} = \frac{\lambda}{n+\lambda}; w_{\mu}^{[i]} = \frac{1}{2(n+\lambda)}; w_{\Sigma}^{[0]} = \frac{\lambda}{n+\lambda} + (1-\lambda^2 + \beta) \quad (14)$$

где је за Гаусову расподелу параметар  $\beta=2$  [3,13,14]. Након одређивања вредности функције на основу сигма тачака  $X^{[i]} = g(\mathfrak{N}^{[i]})$ , могуће је одредити очекивану вредност и матрицу коваријанси:

$$\mu = \sum_{i=0}^{2n} w_{\mu}^{[i]} X^{[i]}; \Sigma = \sum_{i=0}^{2n} w_c^{[i]} (X^{[i]} - \mu)(X^{[i]} - \mu)^T \quad (15)$$

Са овако одређеном очекиваном вредношћу и матрицом коваријанси може се применити алгоритам Калмановог филтра [2,3,13,14]. Важно је нагласити да се обе нелинеарне функције  $g(\cdot)$  и  $h(\cdot)$  апроксимирају на управо описан начин.

### 3. ПОСТОЈЕЋЕ СТАЊЕ У СВЕТУ

Један од популарнијих метода за моделирање и решавање постављених проблема базирана је на ЛКФ-у, који је у литератури присутан у великом броју варијација [4,6,15,16]. Основни проблем овог приступа је претпоставка о Гаусовој расподели вектора стања, што у општем случају не мора бити тачно. Са друге стране, метод који у последњих неколико година показује најбоље резултате базиран је на Монте Карло симулацији и омогућава тачнију оцену функција густине променљивих [7,8]. Међутим, у својој основној поставци и овај алгоритам користи ЛКФ као естиматор.

С обзиром да развој овакве софтверске апликације за симулацију изучаваног проблема подразумева много времена, тешко је извршити поређење са осталим развијеним апликацијама пошто углавном нису јавно доступне. Апликације које су јавно доступне путем интернета могу се бесплатно преузети са адресе [11]. Са становишта поређења апликација, интересантне су само две, с обзиром да су развијене у *Matlab*<sup>®</sup> окружењу. Прва од софтверских апликација развијена је на Универзитету у Сиднеју. Међутим, ова апликација не пружа могућност симулације проблема локализације за разлику од софтверске апликације која је развијана у оквиру пројекта TP-14031 за Програм истраживања у области технолошког развоја за период 2008-2011 [9,17,18]. Следећа апликација развијена је на Швајцарском федералном институту за технологију у Лозани. Као и

претходна апликација, ни ова не разматра симулацију проблема локализације већ искључиво проблем симултане локализације и изградње мапе окружења. Све три апликације омогућавају избор ЛКФ алгоритма за естимацију. Међутим, прва апликација и апликација развијана у оквиру пројекта TP-14031 омогућавају избор још једног алгоритма естимације, који је кратко приказан у овом извештају.

Поред могућности симулације проблема у *Matlab*<sup>®</sup> окружењу, основна идеја за апликацију која је развијана у оквиру пројекта TP-14031 за Програм истраживања од 2008-2011 јесте и могућност примене на мобилном роботу у реалном времену. У поређењу са осталим познатим развијеним софтверским апликацијама у *Matlab*<sup>®</sup> окружењу у свету, није познато да су пријављени резултати овог типа [11]. Са друге стране, ЛКФ за проблем локализације представљене у оквиру овог извештаја тестира се на едукационом роботу *LEGO Mindstorms NXT*, док се на примени апликације за потребе симултане локализације и изградње мапе окружења ради на лабораторијском мобилном роботу *Khepera*. У тој форми, софтверска апликација је само један од делова управљачког софтвера базираног на управљачком алгоритму [10].

#### 4. СУШТИНА ТЕХНИЧКОГ РЕШЕЊА

Основни код софтверске апликације приказан је у табели 1. Цела апликација формирана је од независних рутина које врше одговарајућу функцију. Називи свих функција као и сви коментари су на енглеском језику због лакше презентације. Коментари су лако разумљиви и појашњавају основну намену функције. Резултати симулације ће бити дати за локализацију и симултану локализацију и изградњу мапе окружења [9,17,18].

*Табела 1: Приказ главног дела софтверске апликације*

```

for kk = 1 : kmax
    [phi, w] = compute_direction(pose, wp(kk,:),dt)
    d = compute_distance(pose, wp(kk,:))
    while d > eps
        [phi, w] = compute_direction(pose, wp(kk,:),dt)
        pose = motion_model(pose,[v w],dt, add_noise)
        [sv,C_] = EKF_predict_SLAM(sv, C_, v, w, M, dt)
        % Take measurements
        [VL, idf, VLNo] = observable_landmarks(pose, map, maxR)
        z = observations(pose,VL,idf, add_noise)
        % Main update loop
        lenz = length(idf)
        for i = 1 : lenz
            iff = idf(i)
            jj = 3*(iff) + (1:2)
            [zp,Hp] = measurements(sv(1:3), sv(jj), idf(i), maps)
            iv = z(:,i) - zp
            [sv,C_up] = EKF_update_SLAM(sv, C_, iv, Hp, Q)
        End
    end
end
end

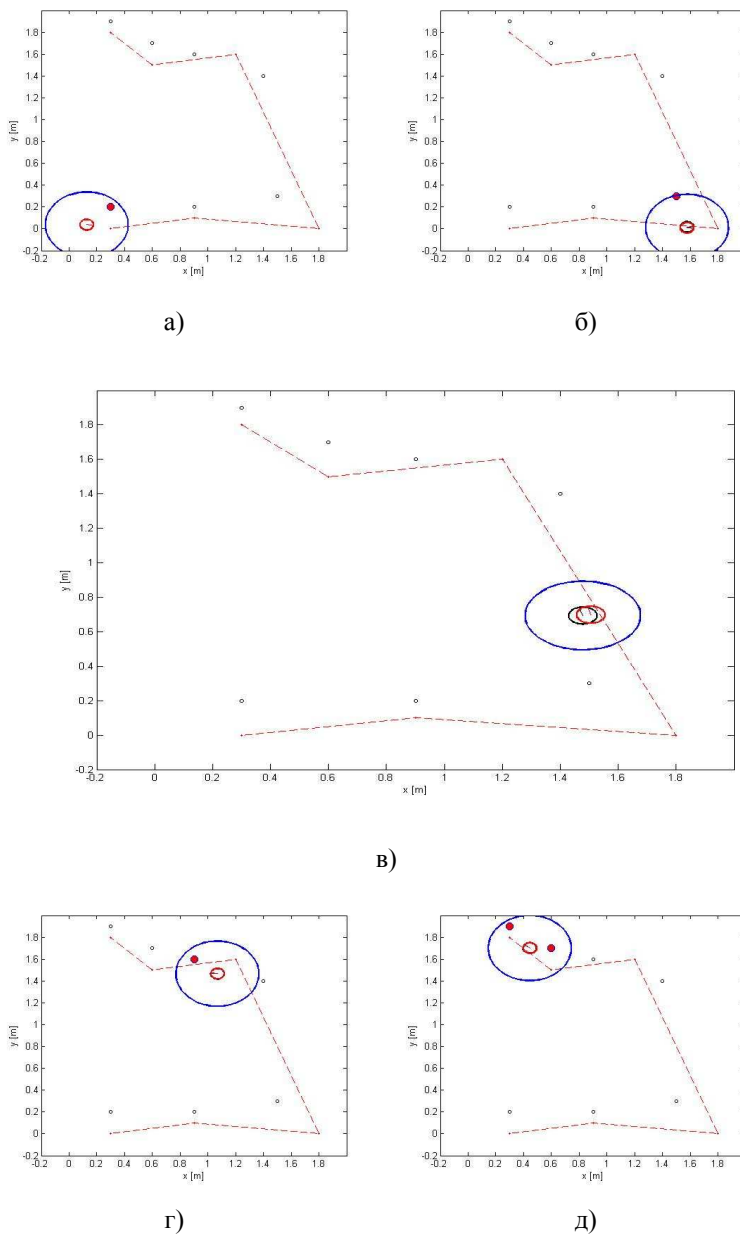
```

*Резултати проблема локализације мобилног робота*

Да би покренули симулацију потребно је унети:

- број карактеристичних објеката и њихове координате у усвојеном спољашњем координатном систему,
- почетни положај мобилног робота,
- коваријансе R, Q и M, као и почетну коваријансу положаја  $\Sigma$ ,
- путању кретања,
- време трајања симулације,
- тип симулације (локализација или симултана локализација и изградња мапе технолошког окружења).

## 5. ПРИКАЗ РЕЗУЛТАТА ПРИМЕНЕ



Слика 1: Графички приказ резултата симулације за проблем локализације

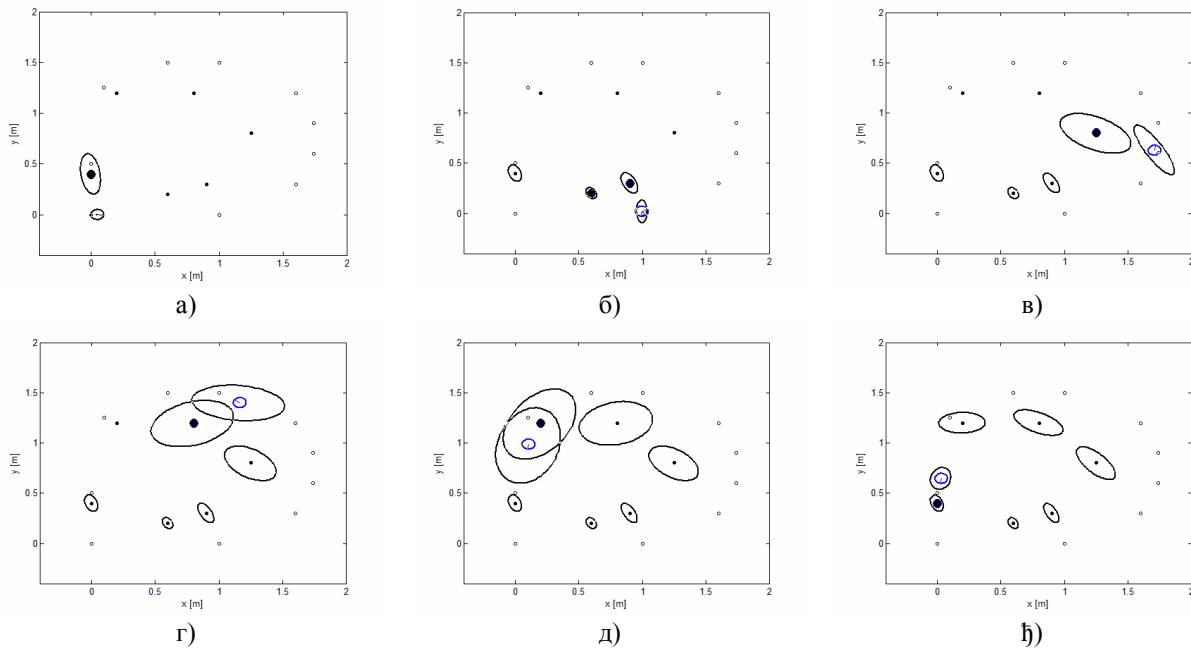
ралика у оцени положаја робота и стварног положаја одређеног симулацијом. Графички приказ је идентичан и када се посматра експлоатација мобилног робота у коме је ова софтверска апликација само један од делова управљачког софтвера, чиме се знатно олакшава увид у напредак.

### Симулација проблема симултане локализације и изградња мапе технолошког окружења

Симулација проблема симултане локализације и изградње мапе окружења захтева идентичне улазне податке као и симулација проблема локализације. Наравно, за разлику од локализације мобилни робот не зна број карактеристичних објеката нити њихов број. У овом примеру симулације, виртуелно технолошко окружење мобилног робота чини шест карактеристичних објеката. Основни задатак мобилног робота у овом случају јесте праћење задате путање кретања и естимација вредности параметара. Током праћења путање, мобилни робот треба да препозна сваки од карактеристичних објеката, и да на основу те информације оцени њихове координате спољашњем координатном систему и изврши естимацију сопственог положаја.

### Симулација проблема локализације мобилног у технолошком окружењу

Након уноса потребних информација корисник на монитору може да прати колико ефикасно робот прати задату путању у зависности од оцењеног положаја. Графички приказ симулације „у реалном времену“ дат је на слици 1 где се може видети мобилни робот који се креће у равни и који треба из положаја приказаног на слици 1 под а) да дође у положај који је приказан на слици 1 д). Приликом овог кретања, мобилни робот треба да прати путању која му је задата (испрекидана линија на свим сликама). За потребе спровођења ове симулације, дуж путање се налази седам непокретних карактеристичних објеката окружења. Када мобилни робот препозна неки од карактеристичних објеката могуће је спровести корак корекције Калмановог филтера (једначина 12 ред бр.3). Међутим, важно је нагласити да робот мора да препозна о ком објекту се заиста ради, иначе последице лоше спроведене корекције могу бити катастрофалне. Кружница мањег пречника представља мобилног робота док је кружницом већег пречника представљен максимални домет сензора блискости робота (ултразвучни сензори или ласерски давачи растојања). На слици под в) може се видети како се појављује



Слика 2: Резултати симулације за симултану локализацију и изградњу мапе окружења

Као и код графичког приказа проблема локализације мобилни робот је представљен кружницом где приказани полупречник означава оријентацију робота. Робот започиње кретање из почетног положаја у коме је и почетак спољашњег координатног система (слика 2 под а)). Након почетка кретања, робот „учава” други и трећи карактеристични објекат (слика 2 под б)). Несигурност мобилног робота у погледу положаја представљена је елипсом чији центар је у центру робота. Елипса несигурности представља графички приказ матрице коваријанси положаја мобилног робота. Током кретања елипса се увећава, што означава да се несигурност мобилног робота у погледу положаја расте (површина елипсе је све већа). Овом приликом би требало нагласити да је сама елипса несигурности робота у погледу положаја знатно већа од реалне у циљу што боље визуализације резултата. Најважнији али и најинтересантнији догађај представљен је на слици под ђ)). Наиме, мобилни робот користећи сензоре поново „примећује” карактеристични објекат број један, па се његова несигурност у положај знатно смањила (површина елипсе несигурности се смањила). Ова чињеница представља једно од најважнијих резултата проблема симултане локализације и изградње мапе окружења. У табели 2 је дат упоредни приказ стварних и оцењених координата карактеристичних објеката.

Табела 2. Координате карактеристичних објеката - мапа окружења

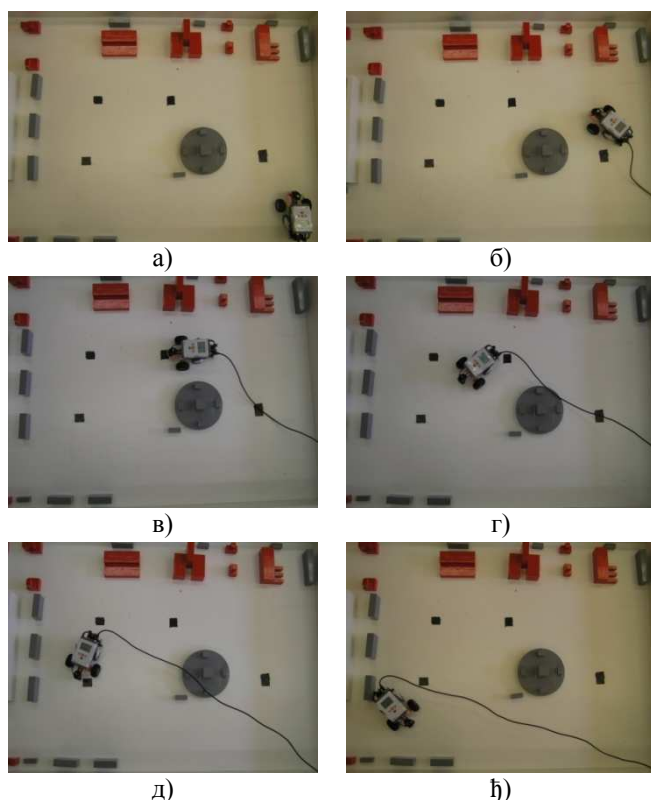
Стварне координате		Оцењене координате	
X [m]	Y [m]	X [m]	Y [m]
0	0,4000	0,0004	0,4001
0,6000	0,2000	0,6008	0,1971
0,9000	0,3000	0,9019	0,2948
1,2500	0,8000	1,2568	0,7879
0,8000	1,2000	0,8124	1,1899
0,2000	1,2000	0,2112	1,1969

Софтверска апликација за сада омогућује кориснику избор два алгорита за оцену вектора стања, оба изведена на основама Калмановог филтера. Иако оба алгорита дају добре резултате, познато је да нелинеарност модела кретања и модела перцепције и пре свега претпоставка о функцији густине Гаусовог облика изискују даља истраживања и побољшања софтверске апликације, пре свега у погледу избора алгорита естимације. Међутим, занимљиво је да и неке напредне методе и алгорита естимације (нпр. метод Монте Карло симулације) у својим основним поставкама полазе од нелинеарности али у неким деловима задржавају претпоставку о Гаусовој расподели (нпр. Рао-Блеквелова метода).

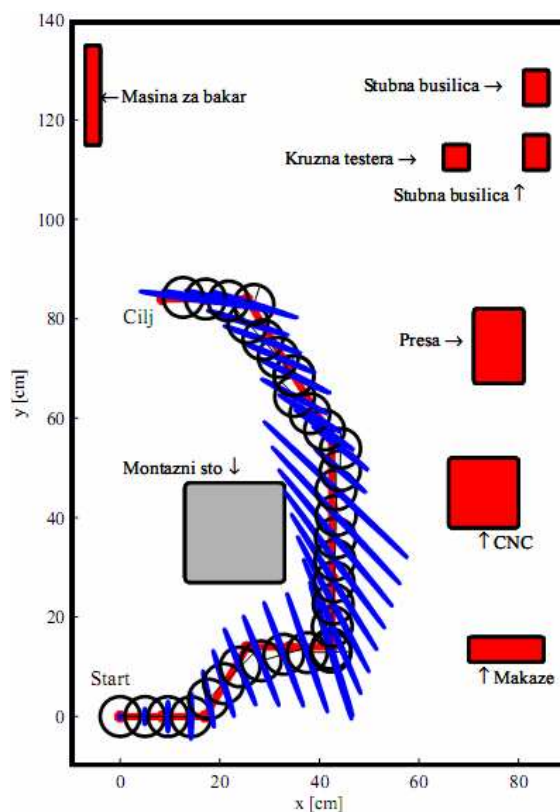
Са друге стране, поред примене више типова алгорита естимације развој софтверске апликације подразумеваће и тестирање у реалном времену током експерименталног процеса на мобилном



роботу. У том смислу, примена апликације за проблем локализације спроводи се на едукационом мобилном роботу *LEGO Mindstorms NXT*. Слика бр.3(а-ђ) и бр.4 приказују мобилни робот током кретања у лабораторијском моделу технолошког окружења и резултате естимације положаја коришћењем ЛКФ алгоритма за локализацију. На слици 4 може се видети да се елипса несигурности мобилног робота у погледу положаја повећава током кретања и смањује уколико мобилни робот уочи карактеристични објекат (слика 3-в). У конкретном случају карактеристични објекти у окружењу представљени су правоугаоникима црне боје. Као што је наглашено, функционисање софтверске апликације за случај решавања проблема симултане локализације и изградње мапе окружења у реалном времену ће бити тестиран на мобилном роботу *Khepera*. На крају, последњи корак побољшања представља побољшање једноставности употребе и графичког приказа резултата током симулације или током спровођења експерименталног процеса.



**Слика 3:** Едукациони мобилни робот *LEGO Mindstorms NXT* у лабораторијском моделу технолошког окружења током праћења задате путање



**Слика 4:** Графички приказ оцене положаја мобилног робота током кретања коришћењем развијене софтверске апликације у реалном времену

Могућности примене софтверске апликације су вишеструке. Прва могућност примене односи се на интеграцију ове софтверске апликације у управљачки софтвер мобилног робота као посебног модула за естимацију положаја робота и објеката у радном окружењу [10,19]. Примена мобилних робота за различите сврхе представља један од интересантнијих и комплекснијих истраживачких проблема у домену роботике као научно-техничке дисциплине. Поред даљих истраживања у овој мултидисциплинарној области, примена апликације се може сагледати и са аспекта спровођења наставног процеса. Наиме, студентима је једноставније да разумеју и прихвате основне теоријске поставке роботике, теорије естимације и интелигентних система спровођењем симулације, анализом резултата и увидом у основни код софтверске апликације. С тим на уму, софтверска апликација се користи у оквиру лабораторијских вежби на предмету Интелигентни технолошки системи на другој години Дипломских академских студија Машинског факултета у Београду на модулу за производно машинство.

## 6. ЗАКЉУЧАК

Проблем симултане локализације и изградње мапе окружења привукао је велику пажњу научника крајем прошлог и почетком овог века. Основни разлог популарности проблема је већ наведена могућност примене потпуно аутономних мобилних робота у различитим типовима окружења у којима је рад у континуитету за раднике исувише ризичан (нпр. рудници), или пак у оним окружењима у којима примена ових машина може побољшати постојећи транспорт унутар великих складишта или производно оријентисаних привредних субјеката.

У оквиру пројекта ТР-14031 (Програм технолошког развоја Владе Републике Србије за период 2008-2011) разматрана је интеграција мобилних робота у производно оријентисана окружења у циљу побољшања унутрашњег транспорта материјала, сировина и готових делова [9,17,18,19]. Развој мобилних робота са циљем примене за потребе унутрашњег транспорта сировина, материјала и готових делова у оквиру технолошког система производно оријентисане компаније омогућио би ефикасније обављање основних транспортних задатака. Познавање сопственог положаја али и положаја карактеристичних објеката у окружењу омогућило би виши степен аутономности мобилних робота у погледу свих задатака које треба обавити. Решење проблема локализације и симултане локализације и изградње мапе окружења представљају основни услов чије испуњење може довести до транзиције интелигентних мобилних робота у аутономне мобилне роботе-роботе којима у одређеним задацима није потребна посредна или непосредна контрола од стране оператера. Ова врста аутономности омогућује развој следеће генерације мобилних робота за које решење овог комплексног проблема представља само још један стандардни модул у оквиру управљачког софтвера. Развој софтверске апликације у *Matlab*<sup>®</sup> окружењу за симулацију оба изучавана проблема омогућује једноставније и ефикасније тестирање нових модела. У том смислу, апликација омогућава избор више алгоритама естимације тражених величина након чега корисник може упоредити перформансе оба алгорита за исте почетне услове и извршити анализу резултата.

Са друге стране, током развоја апликације пажња је посвећена и могућности примене саме апликације у реалном времену као једном од модула у оквиру управљачког софтвера. Могућност примене појединих делова апликације у реалном времену представља посебан резултат посматрано са становишта неодређености у подсистемима мобилног робота и технолошког окружења.

На крају, важно је истаћи примену развијене софтверске апликације у образовне сврхе као помоћног наставног средства за извођење лабораторијских вежби на Дипломским академским студијама модула за производно машинство Машинског факултета у Београду у оквиру обавезног предмета Интелигентни технолошки системи.

## ЛИТЕРАТУРА

- [1] Bar-Shalom Y., Li X.R., Kirubarajan T., *Estimation with Applications to Tracking and Navigation-Theory, Algorithms and Software*, John Wiley & Sons, 2001.
- [2] Simon D., *Optimal State Estimation: Kalman, H-infinity, and Nonlinear Approaches*, John Wiley & Sons, 2006.
- [3] Wan E.A., Merwe R., *The Unscented Kalman filter*, in Kalman Filtering and Neural Networks, Ed. S. Haykin, John Wiley & Sons, 2001.
- [4] Leonard J. J., Durant-Whyte H. F., *Mobile robot localization by tracking geometric beacons*. IEEE Transactions on Robotics and Automation Vol. 7, pp.376-382, 1991.
- [5] Kalman R.E.: *A New Approach to Linear Filtering and Prediction Problems*, Transactions of the ASME-Journal of Basic Engineering 82 (Series D), pp.35-45., 1960.
- [6] Leonard J.J., Durrant-Whyte, H.F.. *Simultaneous Map Building and Localization for an Autonomous Mobile Robot*, IEEE/RSJ International Workshop on Intelligent Robots and Systems IROS'91, pp.1441-1447, Osaka, Japan, 1991,
- [7] Montemerlo M., Thrun S., *The FastSLAM Algorithm for Simultaneous Localization and Mapping*. Springer Tracts in Advanced Robotics, Springer-Verlag 2007.
- [8] Montemerlo M., Thrun S., Koller D., Wegbreit B., *FastSLAM 2.0: An improved particle filtering algorithm for simultaneous localization and mapping that provably converges*. In Proceedings of the Sixteenth International Joint Conference on Artificial Intelligence (IJCAI), Acapulco, Mexico, 2003. IJCAI.

- [9] Miljković,Z., Vuković,N., Babić,B., *Mobile Robot Localization in a Manufacturing Environment*, Proceedings of the 3<sup>rd</sup> International Conference on Manufacturing Engineering (ICMEN 2008) and EUREKA Brokerage Event, pp. 485-494, Kallithea of Chalkidiki, Greece, 1-3 October, 2008.
- [10] Vuković N., Miljković Z., *New Hybrid Control Architecture for Intelligent Mobile Robot Navigation in a Manufacturing Environment*, FME Transactions Vol. 37, No 1, pp. 9-18, 2009.
- [11] OpenSLAM, <http://openslam.org/>, последњи датум приступа: 06.04.2010.
- [12] Julier S.,Uhlmann J. K., “*Unscented filtering and nonlinear estimation*,”Proc. IEEE, vol. 92, no. 3, pp. 401–422, Mar. 2004.
- [13] Julier S., “*The scaled unscented transformation*,” in Proc. Amer. Control Conf., 2002, pp. 4555–4559.
- [14] Julier S., Uhlmann J., Durrant-White, H.F. “*A new method for nonlinear transformation of means and covariances in filters and estimators*,” IEEE Trans. Automatic Control, vol.45, pp.477- 482, March 2000.
- [15] Thrun S., *Robotic mapping: A survey*, In G. Lakemeyer and B. Nebel, editors, Exploring Artificial Intelligence in the New Millenium, Morgan Kaufmann, 2002.
- [16] Thrun S., Burgard W., Fox D., *Probabilistic Robotics*, MIT Press, Cambridge, Massachusetts, 2005.
- [17] Vuković,N., Miljković,Z., *Extended Kalman Filter in Autonomous Mobile Robot Localization and Mapping*, Bulletin of the Transilvania University of Brasov (Proceedings of the 4<sup>th</sup> International Conference on Robotics), Vol. 15(50) – Series A (ISSN 1223-9631), Special Issue No.1 Vol. 2 (ISBN 978-973-598-387-1), pp. 435-444, Brasov, Romania, 13-14 November, 2008.
- [18] Вуковић,Н., Миљковић,З., Бабић,Б., Човић,Н., *Индустријски мобилни роботи у интелигентним технолошким системима*, Часопис ТЕХНИКА-Машинство (YU ISSN 0040-2176), LXIII No.4, стр. 11-18, 2008.
- [19] Миљковић,З., Вуковић,Н., Бабић,Б., Бојовић,Б. Човић,Н., *Интелигентни технолошки системи у домену производње делова од лима*, 32. Саветовање производног машинства Србије, Зборник радова, стр. 563-566, Нови Сад, Србија, 18-20. септембар, 2008.